

**С. Э. ФРИШ**

# **ОПТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ**

**1**

**ИЗДАТЕЛЬСТВО ЛЕНИНГРАДСКОГО УНИВЕРСИТЕТА · 1976**

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА  
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени А. А. ЖДАНОВА

С. Э. ФРИШ

# ОПТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Часть 1

СВЕТОВОЙ ПОТОК И ЕГО ИЗМЕРЕНИЕ.  
ИСТОЧНИКИ СВЕТА

*Учебное пособие*



ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ЛЕНИНГРАДСКОГО УНИВЕРСИТЕТА  
ЛЕНИНГРАД · 1976

*Печатается по постановлению Редакционно-издательского совета  
Ленинградского университета*

УДК 535.8

Фриш С. Э. **Оптические методы измерений. Ч. 1.** Световой поток и его измерение. Источники света. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1976. 126 с.  
Ил. — 90, табл. — 10.

Учебное пособие представляет собой расширенное изложение лекций, читаемых на физическом факультете Ленинградского университета, и посвящено характеристикам светового потока и методам его измерения, а также источникам света — преимущественно тем, которые используются при решении фотометрических задач.

Книга рассчитана не только на студентов-физиков, но и на аспирантов и научных работников, пользующихся методами оптических измерений.

Ф  $\frac{20435-372}{076(02)-76}$  103-7;



Издательство  
Ленинградского университета, 1976 г.

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящий выпуск содержит несколько расширенное изложение первой части лекций по оптическим методам измерений, которые автор в течение многих лет читает для студентов физического факультета ЛГУ, специализирующихся по оптике и спектроскопии. Этот выпуск содержит две главы: «Световой поток и его измерение» и «Источники света». Два последующих выпуска предполагается посвятить лучевой оптике и границам ее применений, интерферометрии, методам спектральных измерений и спектральной аппаратуре.

Курс читается на шестом семестре и носит вводный характер к более специальным курсам, посвященным различным разделам спектроскопии и ее применений. Этим определяется специфика курса — в нем рассматриваются физические предпосылки методов оптических измерений. С более подробным изложением приемов измерений и с техникой эксперимента студент знакомится позже, слушая специальные курсы, работая в учебной лаборатории и проходя производственную практику.

Вводный характер курса, его промежуточное положение между лекциями по общей физике и специальными курсами объясняют и то, что, с одной стороны, в нем повторяются некоторые вопросы, которые более коротко студент уже проходил, а с другой — отсутствуют те (например, специальные вопросы

фотоэлектрики, лазерная спектроскопия и т. д.), с которыми студент будет знакомиться позже. Материал ограничен также кругом интересов будущих физиков-экспериментаторов. Например, в главе «Источники света» отсутствует изложение проблемы светотехники. Вместе с тем в курсе приводится материал (таблицы, примеры), который должен помочь студенту в его будущей практической работе, дать ему навыки проведения оценочных расчетов и умение выбирать нужную схему эксперимента.

## Глава I.

# СВЕТОВОЙ ПОТОК И ЕГО ИЗМЕРЕНИЕ

### § 1. ЭНЕРГИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ. ПОТОК ЭНЕРГИИ

Раздел оптики, занимающийся энергетическими характеристиками световых процессов и способами их измерения, называется фотометрией. В более узком смысле под фотометрией подразумевается совокупность методов, позволяющих характеризовать видимое излучение в соответствии с его действием на человеческий глаз. Однако поскольку современные методы наблюдения и измерения пригодны для широкого диапазона длин волн, мы будем в настоящей главе рассматривать энергетические характеристики излучения, относя их к любой длине волны.

В фотометрии энергия  $W$ , переносимая излучением, измеряется за время, большое по сравнению с периодом световых колебаний. Измеряется она в джоулях или эргах. Энергия, переносимая всей совокупностью волн, входящих в состав данного излучения, называется интегральной энергией. Для более полной характеристики излучения необходимо указать распределение энергии по длинам волн. Чтобы составить такую характеристику, выделим бесконечно малый интервал длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ . Тогда можно считать, что энергия  $dW_\lambda$ , приходящаяся на этот интервал, пропорциональна интервалу  $d\lambda$ :

$$dW_\lambda = w_\lambda d\lambda. \quad (1.1)$$

Величина  $w_\lambda$  носит название спектральной плотности энергии. Рассматриваемая как функция длины волн  $\lambda$ , она характеризует распределение энергии по длинам волн (функция распределения). На рис. 1 приведен частный случай зависимости  $w_\lambda$  от  $\lambda$ . Энергия  $dW_\lambda$ , очевидно, выражается площадью заштрихованного столбика. Интегральная энергия получится интегрированием по длинам волн от 0 до  $\infty$ :

$$W = \int_0^\infty w_\lambda d\lambda. \quad (1.2)$$

Она изображается площадью, заключенной между кривой  $w_\lambda$  и осью абсцисс. Энергия  $W_{\lambda_1, \lambda_2}$  приходящаяся на конечный интервал длин волн  $\lambda_2 - \lambda_1$ , равна

$$W_{\lambda_1, \lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} w_\lambda d\lambda.$$

Наряду с характеристикой излучения длиной волны его можно характеризовать частотой

$$\nu = \frac{c}{\lambda}. \quad (1.3)$$

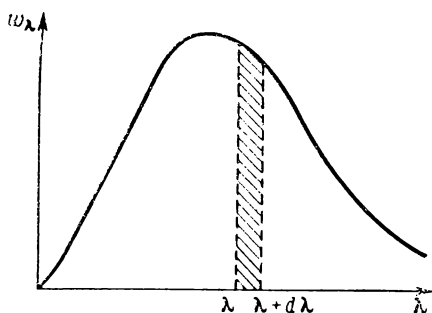


Рис. 1. Кривая спектральной плотности энергии.

В выражении (1.3) мы полагаем, что излучение распространяется в пустоте. В соответствии с этим  $c$  — скорость распространения излучения в пустоте и  $\lambda$  — длина волны в пустоте. Для прозрачного вещества с коэффициентом преломления  $n$  скорость распространения  $v = c/n$ . Частота же  $\nu$  не зависит от того, в какой среде данное излучение распространяется. Поэтому из выражения (1.3) получаем, что длина волны  $\lambda'$  в среде с

коэффициентом преломления  $n$  равна  $\lambda' = \lambda/n$  и

$$\nu = \frac{c}{n\lambda'}.$$

В шкале частот энергию, приходящуюся на бесконечно малый интервал частот  $\nu$ ,  $\nu + d\nu$ , можно представить в виде

$$dW = w_\nu d\nu. \quad (1.4)$$

Для данного интервала спектра  $dW_\nu = dW_\lambda$ , откуда следует, что должно выполняться равенство

$$w_\lambda d\lambda = w_\nu d\nu.$$

По (1.3)  $|d\nu| = \frac{c}{\lambda^2} d\lambda$ , что позволяет переписать предыдущее равенство следующим образом:

$$w_\lambda d\lambda = w_\nu \frac{c}{\lambda^2} d\lambda.$$

Отсюда находим связь между спектральными плотностями энергии излучения, выраженными соответственно в шкале длин волн и в шкале частот:

$$w_\lambda = w_\nu \frac{c}{\lambda^2} = w_\nu \frac{\nu^2}{c}. \quad (1.5)$$

Спектральные плотности энергии  $\omega_\lambda$  и  $\omega_\nu$  обладают, как видно, разными размерностями:  $\omega_\lambda$  измеряется в Дж/м или эрг/см (длина волны  $\lambda$  должна соответственно измеряться в метрах или сантиметрах, а  $\omega_\nu$  — в Дж·с или эрг·с).

Обратим теперь внимание на то, что излучение всегда заполняет некоторый объем. Поэтому можно говорить об объемной плотности энергии излучения, определив ее равенством

$$U = \frac{dW}{dV}, \quad (1.6)$$

где  $dV$  — элемент объема. Измеряется  $U$  в Дж/м<sup>3</sup> или эрг/см<sup>3</sup>. Выделим объемную плотность энергии  $dU_\lambda$ , относящуюся к бесконечно малому интервалу длин волн  $\lambda$ ,  $\lambda + d\lambda$ . Аналогично выражению (1.1) можно написать

$$dU_\lambda = u_\lambda d\lambda, \quad (1.7)$$

где  $u_\lambda$  — спектральная плотность объемной плотности энергии излучения. Отсюда вытекают два следующих очевидных равенства:

$$U = \int_0^\infty u_\lambda d\lambda, \quad U_{\lambda_1, \lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} u_\lambda d\lambda.$$

Измеряется  $u_\lambda$  в Дж/м<sup>4</sup> или эрг/см<sup>4</sup>.

Для спектральной плотности объемной плотности энергии  $u_\nu$ , выраженной в шкале частот, имеем

$$dU_\nu = u_\nu d\nu, \quad u_\nu = u_\lambda \frac{c}{\nu^2} = u_\lambda \frac{\lambda^2}{c}.$$

Измеряется  $u_\nu$  в Дж·с/м<sup>3</sup> или эрг·с/см<sup>3</sup>.

Переходим теперь к определению потока энергии излучения. Под потоком энергии излучения подразумевается количество энергии, переносимой в единицу времени через данную площадку:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}. \quad (1.8)$$

Поток имеет размерность мощности и измеряется в ваттах или эрг/с. Наряду с интегральным потоком введем его спектральную плотность  $f_\lambda$ , определив ее равенством

$$d\Phi_\lambda = f_\lambda d\lambda. \quad (1.9)$$

Для интегрального потока  $\Phi$  или соответственно потока  $\Phi_{\lambda_1, \lambda_2}$ , относящегося к конечному интервалу длин волн  $\lambda_2 - \lambda_1$ , имеем

$$\Phi = \int_0^\infty f_\lambda d\lambda, \quad \Phi_{\lambda_1, \lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} f_\lambda d\lambda.$$



Спектральная плотность потока  $f_\lambda$  измеряется в Вт/м или эрг/с·см. Наряду с  $f_\lambda$  можно ввести в рассмотрение спектральную плотность потока  $f_\nu$  в шкале частот, сделав это так же, как выше мы вводили спектральную плотность энергии  $w_\nu$  в шкале частот.

Установим связь между потоком и объемной плотностью энергии излучения. Для этого рассмотрим поток, протекающий внутри световой трубки (рис. 2), имеющей длину  $dl$  и ограниченной сечениями  $dS_1$  и  $dS_2$ . Под световой трубкой подразумевается такая мысленно выделенная в поле излучения трубка, через боковые поверхности которой световая энергия не протекает. Очевидно, если  $dt$  — время, за которое излучение распространяется на длину  $dl$ , то через поперечное сечение трубки  $dS_1$  протекает количество энергии  $dW$ , равное

$$dW = U dV,$$

где  $dV$  — объем трубки. Поток через сечение  $dS_1$  по (1.8) равен

$$d\Phi = \frac{dW}{dt} = U \frac{dV}{dt}.$$

Далее имеем  $dV = dS_n dl$ , где  $dS_n$  — среднее поперечное сечение трубки;  $dt = \frac{dl}{c}$ , где  $c$  — скорость распространения света. Из этих равенств находим

$$d\Phi = UcdS_n. \quad (1.10)$$

Под  $c$  подразумевается скорость распространения света в пустоте. Если свет распространяется в однородной прозрачной среде с коэффициентом преломления  $n$ , то равенство (1.10) заменяется следующим:

$$d\Phi = U \frac{c}{n} dS_n.$$

Наконец, введем в рассмотрение поверхностную плотность потока излучения

$$R = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (1.11)$$

Остановимся на двух возможных случаях: а) поток  $d\Phi$  излучается площадкой  $dS$  (рис. 3, а), б) поток  $d\Phi$  падает на площадку  $dS$  (рис. 3, б). В первом случае величина  $R$  характеризует площадку как светящийся объект; она называется светимостью площадки. Во втором случае  $d\Phi/dS$  характеризует степень освещенности площадки падающим на нее потоком. Она называется освещенностью и в отличие от светимости обозначается буквой  $E$ :

$$E = \frac{d\Phi}{dS}. \quad (1.12)$$

В формулах (1.11) и (1.12) под  $d\Phi$  подразумевается поток, излучаемый площадкой  $dS$  или соответственно падающий на площадку  $dS$  в пределах полусферы, т. е. под телесным углом  $2\pi$ . Светимость и освещенность имеют одинаковую размерность и измеряются в Вт/м<sup>2</sup> или эрг/с · см<sup>2</sup>. Величина

$$dH = E dt, \quad (1.13)$$

где  $dt$  — время, в течение которого освещается данная площадка  $dS$ , называется количеством освещенности. Для конечного интервала времени  $t_2 - t_1$ , в течение которого освещение имеет место, получим

$$H = \int_{t_1}^{t_2} E(t) dt = \bar{E}(t_2 - t_1),$$

где  $\bar{E}$  — средняя освещенность за время  $t_2 - t_1$ . Измеряется количество освещенности в Дж/м<sup>2</sup> или эрг/см<sup>2</sup>.

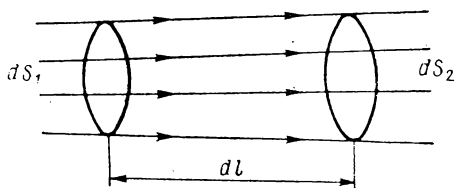


Рис. 2. Поток, протекающий внутри световой трубки.

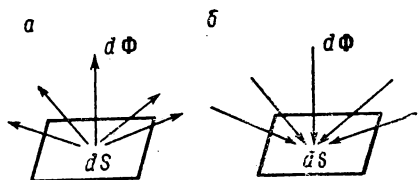


Рис. 3. Поток  $d\Phi$ , излучаемый площадкой  $dS$  (а) и поток  $d\Phi$ , падающий на площадку  $dS$  (б).

Для светимости и освещенности могут быть введены соответствующие спектральные плотности  $r_\lambda$  и  $e_\lambda$ , определяемые равенствами.

$$dR_\lambda = r_\lambda d\lambda, \quad dE_\lambda = e_\lambda d\lambda. \quad (1.14)$$

Наряду со спектральными плотностями  $r_\lambda$  и  $e_\lambda$ , отнесенными к шкале длин волн, можно также ввести спектральные плотности  $r_\nu$  и  $e_\nu$ , отнесенные к шкале частот. Например, для светимости  $dR_\nu$ , приходящейся на данный интервал частот  $\nu$ ,  $\nu + d\nu$ , напомним

$$dR_\nu = r_\nu d\nu, \quad r_\nu = r_\lambda \frac{c}{\nu^2} = r_\lambda \frac{\lambda^2}{c}.$$

Очевидно, обе функции  $r_\lambda$  и  $r_\nu$  одинаково пригодны для характеристики распределения светимости по спектру. Однако в силу последних равенств зависимости  $r_\lambda$  и  $r_\nu$  соответственно от  $\lambda$  и  $\nu$  будут изображаться разными кривыми. На рис. 4, а, б приведены зависимости  $r_\lambda$  и  $r_\nu$  соответственно от  $\lambda$  и  $\nu$  для излучения абсолютно черного тела (см. § 19) при температуре  $T = 2900$  К. Направления осей абсцисс на рисунках взяты противоположные: длины волн возрастают направо, а частоты —

налево. При таком направлении осей последовательность спектральных областей (ультрафиолетовая, видимая, инфракрасная) одинакова на обоих рисунках. Пунктирная кривая пересекает на рис. 4, *а* ось абсцисс в точке  $\lambda = 1,00$  мкм и на рис. 4, *б* — в точке, на которую приходится соответствующая ей частота  $\nu = 3 \cdot 10^{14} \text{с}^{-1}$ . Как видно, кривая  $r_\nu$  деформирована по отношению к кривой  $r_\lambda$ , ее максимум сдвинут в область меньших частот. Интегральная светимость

$$R = \int_0^\infty r_\lambda d\lambda = \int_\infty^0 r_\nu d\nu,$$

откуда следует, что площади, лежащие под обеими кривыми, равны.

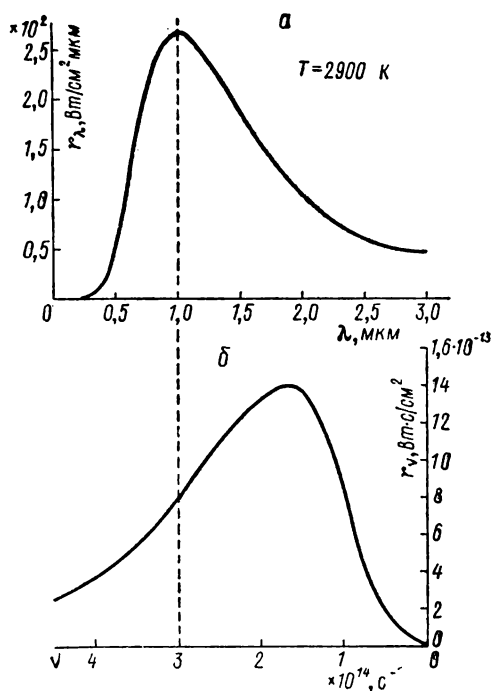


Рис. 4. Спектральная плотность светимости абсолютно черного тела при температуре 2900 К.

*а* — в шкале длин волн; *б*. — в шкале частот.

Все сказанное относится также к любой другой паре величин  $w_\lambda$ ,  $w_\nu$ ;  $u_\lambda$ ,  $u_\nu$  и к соответствующим им интегральным величинам.

## § 2. СИЛА СВЕТА. ЯРКОСТЬ

Рассмотрим точечный источник света  $A$  (рис. 5) и испускаемый им поток  $d\Phi$  в пределах телесного угла  $d\omega$ . Величина

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega} \quad (2.1)$$

называется силой света. Измеряется сила света в Вт/стер или эрг/с·стер. Для изотропного источника сила света  $I$  одинакова во всех направлениях. Для неизотропного источника она зависит от направления и, следовательно, может рассматриваться как функция двух полярных углов  $i$ ,  $\varphi$ . Для одного из углов (например,  $i$ ) зависимость  $I$  от направления может быть представлена в виде плоской векторной диаграммы. Пример такой диаграммы для электрической лампы накаливания приведен на рис. 6.

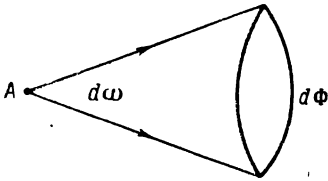


Рис. 5. Поток  $d\Phi$  от точечного источника  $A$  в пределах телесного угла  $d\omega$ .

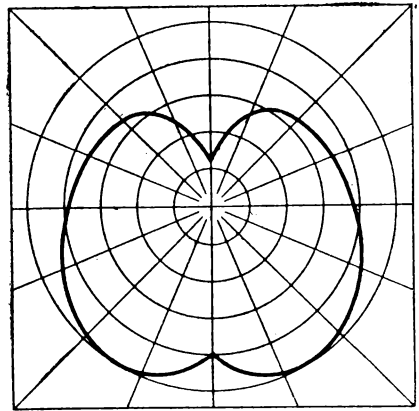


Рис. 6. Векторная диаграмма силы света  $I$  от электрической лампочки накаливания.

Для потока  $d\Phi$ , испускаемого в пределах заданного телесного угла  $d\omega$ , по (2.1) запишем

$$d\Phi = I(i, \varphi) d\omega.$$

В сферических координатах  $d\omega = \sin i \, di \, d\varphi$ , тогда

$$d\Phi = I(i, \varphi) \sin i \, di \, d\varphi.$$

Для потока, испускаемого в пределах конечного телесного угла  $\omega$ , получим

$$\Phi_\omega = \int_\omega I(i, \varphi) d\omega = \int_\varphi \int_i I(i, \varphi) \sin i \, di \, d\varphi. \quad (2.2)$$

Вводя среднюю силу света  $\bar{I}$ , напомним

$$\Phi_\omega = \bar{I} \int_\varphi \int_i \sin i \, di \, d\varphi = \bar{I} \omega.$$

Для угла  $\omega = 4\pi$  вводится средняя сферическая сила света

$$\bar{I}_0 = \frac{\Phi}{4\pi}.$$

Решим следующие две задачи.

1. Чему равен поток  $\Phi_\omega$ , испускаемый источником с силой света  $I(i, \varphi)$  в пределах конуса с углом раствора  $\alpha$  (рис. 7).

Пользуясь сферической системой координат, получим по (2.2)

$$\Phi_\omega = \bar{I} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{i=0}^{\alpha/2} \sin i \, di \, d\varphi = 2\pi \bar{I} (1 - \cos \alpha/2).$$

Заменяя  $1 - \cos \alpha/2$  через  $2 \sin^2 \alpha/4$ , найдем

$$\Phi_\omega = \bar{I} 4\pi \sin^2 \frac{\alpha}{4}. \quad (2.3)$$

2. Чему равна освещенность на поверхности  $dS$ , отстоящей на расстоянии  $r$  от точечного источника силой света  $I$  (нормаль к поверхности  $dS$  составляет с направлением на источник угол  $i$  (рис. 8)? На пло-

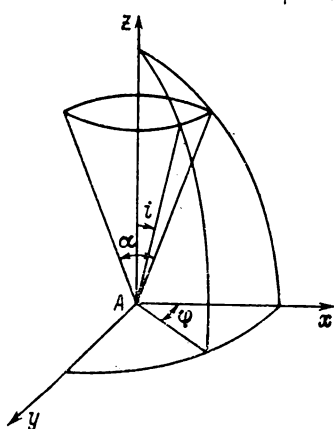


Рис. 7. К расчету потока  $d\Phi_\omega$  от точечного источника  $A$  в пределах конуса с углом раствора  $\alpha$ .

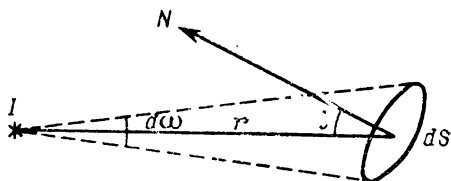


Рис. 8. К расчету освещенности поверхности  $dS$  от точечного источника  $I$ .

щадку падает поток  $d\Phi$ , приходящийся на телесный угол  $d\omega$ , под которым площадка  $dS$  видна из места расположения источника. Этот поток равен

$$d\Phi = I \, d\omega = I \frac{dS \cos i}{r^2}.$$

Освещенность на площадке  $dS$  равна

$$E = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{I \cos i}{r^2}.$$

Теперь перейдем к рассмотрению фотометрической величины, носящей название яркости. Пусть имеется светящаяся площадка  $dS$ . Очевидно, что световой поток, испускаемый этой площадкой в пределах телесного угла  $d\omega$  (рис. 9), пропорционален  $dS d\omega$ . Для характеристики излучательной способности площадки  $dS$  вводится ее яркость  $B$ , определяемая равенством

$$d\Phi = B \cos i \, dS d\omega, \quad (2.4)$$

где  $i$  — угол между нормалью к площадке  $N$  и направлением испускаемых ею лучей. Если  $B$  представляет собой для данного источника величину постоянную, т. е. не зависящую от угла  $i$ , то из равенства (2.4) следует, что при данном угле  $d\omega$  поток  $d\Phi$  максимален в нормальном направлении к площадке и спадает при возрастании угла  $i$  пропорционально  $\cos i$ . Это утверждение было впервые высказано Ламбертом (1760 г.) на том основании, что однородно светящийся шар визуально кажется плоским диском равномерной яркости (диск Солнца через туман). Визуальная яркость пропорциональна потоку  $d\Phi$ , прохо-

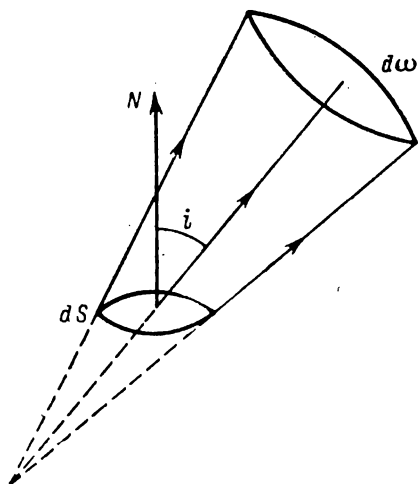


Рис. 9. К расчету потока  $d\Phi$  от площадки  $dS$  в пределах телесного угла  $d\omega$ .

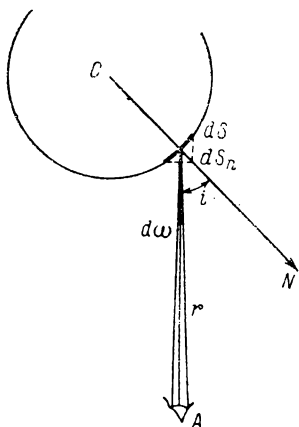


Рис. 10. Поток с площадки сферы  $dS$ , попадающий в глаз  $A$ .

дящему через зрачок глаза. Пусть глаз  $A$  (рис. 10) рассматривает элемент поверхности сферы  $dS$  под углом  $i$  к нормали. Поток  $d\omega$ , попадающий в глаз, равен

$$d\Phi = B \cos i dS d\omega = B dS_n d\omega,$$

где  $d\Phi$  — телесный угол, под которым виден зрачок глаза из места расположения  $dS$ . Величина  $dS_n$  представляет собой видимые размеры площадки  $dS$ . Если глаз находится на расстоянии, большом по сравнению с радиусом сферы  $r$ , то углы  $d\omega$  практически равны для всех площадок  $dS_n$ . А это означает, что одинаковая визуальная яркость равных площадок  $dS_n$  будет иметь место при  $B = \text{const}$ .

Указанная пропорциональность потока косинусу угла  $i$  носит название закона Ламберта. Тела, удовлетворяющие закону Ламберта, называются косинусными излучателями. Раскаленные твердые тела с шероховатой поверх-

ностью хорошо подчиняются закону Ламберта. Строго закону Ламберта удовлетворяет абсолютно черное тело. Из поверхностей, светящихся за счет рассеянного света, косинусными излучателями являются поверхности неглазирванного фарфора, чертежной бумаги, свежавывавшего снега и т. д. Однако нередко встречаются поверхности (как самосветящиеся, так и светящиеся за счет рассеянного света), для которых закон Ламберта не выполняется. В таких случаях должна учитываться зависимость  $B$  от направления излучения, т. е. яркость  $B(i, \varphi)$  надо рассматривать как величину, зависящую от углов  $i$  и  $\varphi$ . В дальнейшем, кроме специально оговоренных случаев, мы будем рассматривать косинусные излучатели.

Из равенств (2.4) и (2.1) следует

$$B = \frac{d\Phi}{\cos i dS d\omega} = \frac{dI}{dS_n}. \quad (2.5)$$

Таким образом, яркость численно равна силе света, испускаемого в нормальном направлении с единичной площадки. Измеряется яркость в Вт/стер·м<sup>2</sup> или эрг/стер·с·см<sup>2</sup>.

Для источников со сложным спектральным составом вводим спектральную плотность яркости  $b_\lambda$ , определив ее равенством

$$dB_\lambda = b_\lambda d\lambda. \quad (2.6)$$

Тогда для интегральной яркости  $B$  имеем

$$B = \int_0^\infty b_\lambda d\lambda. \quad (2.7)$$

Аналогично, как и в предыдущих случаях, можно рассматривать и спектральную плотность яркости в шкале частот  $b_\nu$ , причем между  $b_\nu$  и  $b_\lambda$  будут иметь место соотношения

$$b_\lambda = b_\nu \frac{c}{\lambda^2} = b_\nu \frac{\nu^2}{c}.$$

Измеряется  $b_\lambda$  в Вт/стер·м<sup>3</sup> или эрг/стер·с·см<sup>3</sup>.

Установим теперь связь между яркостью и светимостью плоской излучающей поверхности. Для этого предварительно найдем выражение для потока в пределах конуса с углом раствора  $\alpha$ , ось которого нормальна к площадке  $dS$  (рис. 11). Ввиду конечности телесного угла  $\omega$ , соответствующего рассматриваемому конусу,

$$d\Phi = BdS \int_\omega \cos i d\omega.$$

Переходя к сферическим координатам, напомним

$$d\Phi = BdS \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{i=0}^{\alpha/2} \cos i \sin i \, di d\varphi = BdS\pi \left(1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2}\right),$$

откуда получаем искомый результат

$$d\Phi = \pi B \sin^2 \frac{\alpha}{2} dS.$$

Для  $\alpha = \pi$  телесный угол  $\omega = 2\pi$  и

$$d\Phi_{2\pi} = \pi B dS.$$

С другой стороны, по равенству (1.11) тот же поток

$$d\Phi_{2\pi} = R dS,$$

откуда получаем  $B = \frac{1}{\pi} R$ .

Из этого равенства видно, что для косинусного излучателя яркость  $B$  и светимость  $R$  различаются лишь постоянным множителем  $1/\pi$ . Для рассеивающей поверхности светимость  $R$  определяется ее освещенностью  $E$

$$R = kE,$$

где  $k$  — коэффициент рассеяния (очевидно,  $k \leq 1$ ). Отсюда для яркости рассеивающей поверхности получаем:

$$B = \frac{k}{\pi} E. \quad (2.8)$$

Поверхность, для которой  $k$  не зависит от направления, называется идеальным рассеивателем. По большей части коэффициент рассеяния поверхности зависит от направления падающего света, а также от характера его поляризации. Во всех тех случаях, когда поверхность в той или иной мере «блестит», яркость  $B$  больше в направлениях, близких к направлению зеркального отражения. Такая поверхность не удовлетворяет закону Ламберта.

Значение коэффициента  $k$  в общем случае зависит также от длины волны, т. е. от цвета падающего света. Спектральная плотность яркости такого селективного рассеивателя равна

$$b_\lambda = \frac{1}{\pi} k(\lambda) e(\lambda), \quad (2.9)$$

где  $e(\lambda)$  — спектральная плотность освещенности. Интегральная яркость

$$B = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty k(\lambda) e(\lambda) d\lambda. \quad (2.10)$$

Из равенств (2.9) и (2.10) следует, что спектральный состав рассеянного света в общем случае отличается от спек-

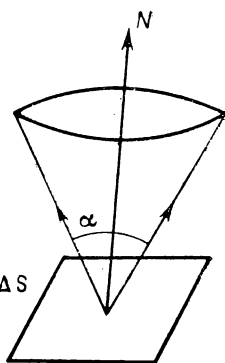


Рис. 11. К расчету потока от площадки  $\Delta S$  в пределах конуса с углом раствора  $\alpha$ .



рального состава падающего света. Этим обстоятельством объясняется цветность тел. Поверхность, для которой  $k$  не зависит ни от направления, ни от длины волны, является идеальным серым рассеивателем. Если при этом  $k=1$ , то мы имеем дело с идеальным белым рассеивателем.

Разберем два следующих примера.

1. Найти освещенность на расстоянии  $r$  от бесконечно малой площадки  $dS$  с заданной яркостью  $B$ .

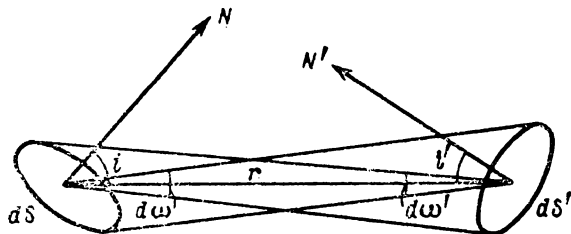


Рис. 12. К расчету освещенности площадки  $dS'$  от светящейся площадки  $dS$ .

Пусть  $N$  — нормаль к площадке  $dS$  (рис. 12). Рассмотрим отстоящую от нее на расстоянии  $r$  площадку  $dS'$  с нормалью  $N'$ . Поток  $d\Phi$ , падающий на площадку  $dS'$ , равен

$$d\Phi = B dS \cos i d\omega,$$

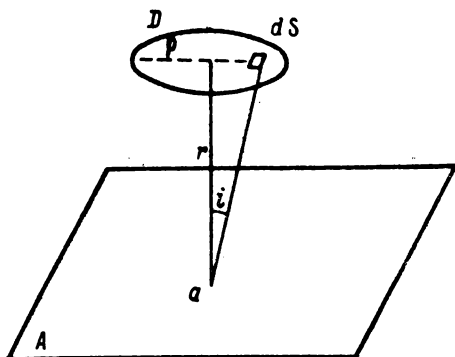


Рис. 13. К расчету освещенности в точке  $a$  от светящегося диска  $D$ .

где  $d\omega$  — телесный угол, под которым видна площадка  $dS'$  из места расположения площадки  $dS$ .

Так как  $d\omega = \frac{dS' \cos i'}{r^2}$ , то

$$d\Phi = B \frac{dS dS' \cos i \cos i'}{r^2}.$$

Отсюда для искомой освещенности  $E$  находим

$$E = B \frac{dS \cos i \cos i'}{r^2} = B \frac{dS_n \cos i'}{r^2}. \quad (2.11)$$

Таким образом, освещенность от малой площадки определяется ее яркостью  $B$  и ее видимыми размерами  $dS_n$  и обратно пропорциональна квадрату расстояния. Выражение (2.11) можно еще преобразовать, заметив, что  $dS_n/r^2 = d\omega'$ , где  $d\omega'$  — телесный угол, под которым светящаяся площадка  $dS$  видна с места расположения площадки  $dS'$ , для которой рассчитывается освещенность. Тогда

$$E = B d\omega' \cos i'.$$

2. Найти освещенность от диска  $D$  радиуса  $\rho$  с заданной яркостью  $B$

в точке пересечения нормали к центру диска с плоскостью  $A$ , параллельной диску и находящейся на расстоянии  $r$  от него (рис. 13).

Определим сперва освещенность  $dE$  в точке  $a$  от элемента  $dS$  поверхности диска  $D$ . По предыдущему она равна:

$$dE = B d\omega' \cos i' = B \cos i' \sin i' di' d\varphi'.$$

Освещенность от всего диска получим, интегрируя это выражение по углам  $i'$  и  $\varphi'$ :

$$E = B \int_{\varphi'=0}^{2\pi} \int_{i'=0}^{\alpha/2} \cos i' \sin i' di' d\varphi',$$

где  $\alpha$  — угол, под которым виден диаметр диска  $D$  из точки  $a$ . Выполняя интегрирование, находим

$$E = \pi B \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \pi B \frac{\rho^2}{r^2 + \rho^2}.$$

При  $\rho \ll r$  это выражение переходит в (2.11) при  $i' = 0$ .

### § 3. ЯРКОСТЬ СВЕТОВОЙ ТРУБКИ (ПУЧКА)

Под световой трубкой, или световым пучком, как было сказано, подразумевается такая мысленно выделенная трубка, через боковую поверхность которой свет не выходит. Такую трубку можно выделить, пренебрегая явлениями дифракции, для среды, в которой не происходит рассеяния света. В случае однородной среды при указанных условиях свет можно считать распространяющимся в виде прямых лучей. Боковая поверхность трубки всюду параллельна лучам. При отсутствии поглощения световой поток  $d\Phi$  в пределах трубки остается постоянным.

Рассмотрим световой пучок, в котором лучи распространяются в пределах телесного угла  $\Delta\omega$  (рис. 14). Пусть  $\Delta S_1$  и  $\Delta S_2$  — два произвольных сечения этого пучка. Выделим на них элементы поверхности  $dS_1$  и  $dS_2$  и обозначим через  $d\omega_1$  и  $d\omega_2$  телесные углы, под которыми соответственно видна площадка  $dS_2$ , рассматриваемая с места расположения площадки  $dS_1$ , и площадка  $dS_1$ , рассматриваемая с места расположения площадки  $dS_2$ . Элементы  $dS_1$  и  $dS_2$  выберем так, чтобы  $d\omega_1 \ll \Delta\omega$  и  $d\omega_2 \ll \Delta\omega$ . Световой поток, проходящий через сечение  $dS_1$ , запишем в виде

$$d\Phi_1 = B_1 dS_1 \cos i_1 d\omega_1.$$

Точно так же для светового потока, проходящего через сечение  $dS_2$ , напишем

$$d\Phi_2 = B_2 dS_2 \cos i_2 d\omega_2.$$

Световой поток в пределах пучка постоянен:  $d\Phi_1 = d\Phi_2$ , откуда следует

$$B_1 dS_1 \cos i_1 d\omega_1 = B_2 dS_2 \cos i_2 d\omega_2. \quad (3.1)$$

Так как

$$d\omega_1 = \frac{dS_2 \cos i_2}{r^2}, \quad d\omega_2 = \frac{dS_1 \cos i_1}{r^2},$$

то из (3.1) находим:  $B_1 = B_2$ . Таким образом, оказывается, что величина  $B = B_1 = B_2$  постоянна для данного элементарного пучка. Поскольку углы  $d\omega_1$  и  $d\omega_2$  меньше угла  $\Delta\omega$ , то лучи, соответствующие этому элементарному пучку, не выходят за пределы рассматриваемой световой трубки. Аналогичный вывод будет справедлив для любой другой пары элементов поверхности  $dS$ , лежащих на сечениях  $\Delta S_1$  и  $\Delta S_2$ . Поэтому и для всего потока, распространяющегося в пределах трубки, можно написать

$$\Delta\Phi = B\Delta S \cos i \Delta\omega, \quad (3.2)$$

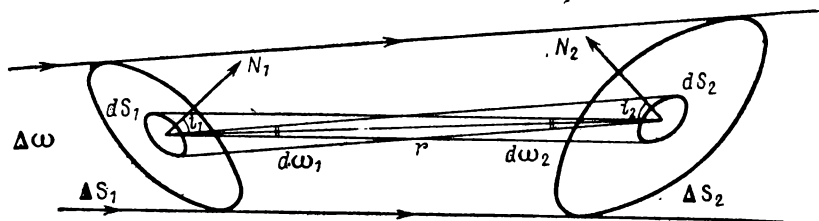


Рис. 14. Световая трубка.

где  $B$  постоянна для любого сечения трубки. Эта величина  $B$  и называется яркостью световой трубки (пучка). Очевидно, что если пучок исходит с поверхности  $\Delta S$  светящегося тела, то  $\Delta S$  будет одновременно и сечением пучка, откуда вытекает, что яркость пучка совпадает с яркостью испускающего его тела. Как будет указано ниже, это справедливо для пучка, распространяющегося в прозрачной среде с коэффициентом преломления  $n = 1$ . При конечной яркости пучка по (3.2) соответствующий ему световой поток равен нулю как для параллельных лучей ( $\Delta\omega = 0$ ), так и для лучей, пересекающихся в одной точке (фокусе, для которого  $\Delta S = 0$ ).

Теперь обратимся к случаю, когда световой пучок падает на плоскую границу раздела двух однородных прозрачных сред с коэффициентом преломления  $n_1$  и  $n_2$ . Поток  $d\Phi_1$  в этом случае частично отразится, частично преломится и пройдет во вторую среду (рис. 15). Обозначим через  $d\Phi'_1$  и  $d\Phi_2$  потоки в отраженном и преломленном пучках. При отсутствии поглощения

$$d\Phi_1 = d\Phi'_1 + d\Phi_2.$$

Пусть коэффициент отражения равен  $r$ , тогда

$$d\Phi'_1 = r d\Phi_1, \quad d\Phi_2 = (1 - r) d\Phi. \quad (3.3)$$

Обозначив яркости падающего и преломленного пучков через  $B_1$  и  $B_2$ , имеем

$$d\Phi_1 = B_1 dS \cos i_1 d\omega_1, \quad d\Phi_2 = B_2 dS \cos i_2 d\omega_2,$$

где  $i_1$  и  $i_2$  — углы падения и преломления,  $d\omega_1, d\omega_2$  — телесные углы, в пределах которых распространяются лучи внутри падающего и преломленного пучков. Отсюда, воспользовавшись соотношением (3.3), получим:

$$B_2 \cos i_2 d\omega_2 = (1 - r) B_1 \cos i_1 d\omega_1$$

или

$$\frac{B_2}{B_1} = (1 - r) \frac{\cos i_1 d\omega_1}{\cos i_2 d\omega_2}. \quad (3.4)$$

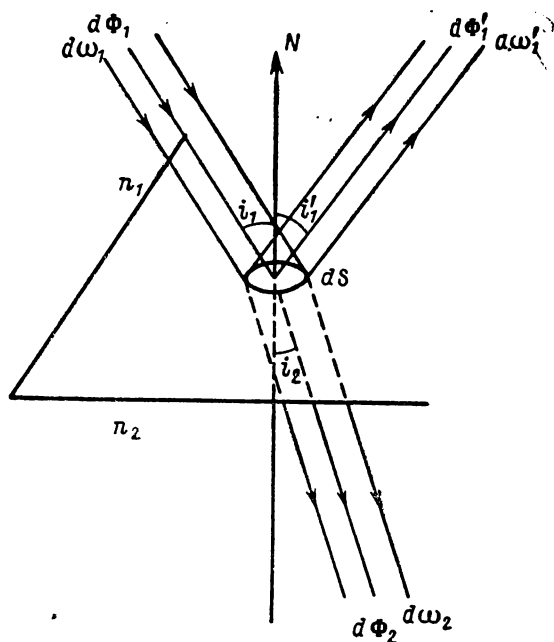


Рис. 15. Отражение и прохождение светового пучка через плоскую границу двух прозрачных сред.

В сферических координатах телесные углы

$$d\omega_1 = \sin i_1 di_1 d\varphi, \quad d\omega_2 = \sin i_2 di_2 d\varphi.$$

По закону преломления

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2.$$

Дифференцируя это выражение, получим

$$n_1 \cos i_1 di_1 = n_2 \cos i_2 di_2,$$

откуда имеем

$$\frac{di_1}{di_2} = \frac{n_2}{n_1} \frac{\cos i_2}{\cos i_1}.$$

Подставляя это выражение в отношение телесных углов, получим

$$\frac{d\omega_1}{d\omega_2} = \frac{\sin i_1 di_1}{\sin i_2 di_2} = \frac{n_2^2}{n_1^2} \frac{\cos i_2}{\cos i_1},$$

после чего отношение яркостей  $B_1/B_2$ , выражаемое формулой (3.4), примет вид

$$\frac{B_2}{B_1} = (1 - r) \frac{n_2^2}{n_1^2}. \quad (3.5)$$

Из этого равенства видно, что при переходе светового пучка из одной прозрачной среды в другую его яркость меняется. В зависимости от того, которое из неравенств  $(1-r) n_2^2 \geq n_1^2$  будет выполнено, яркость пучка во второй среде станет больше или меньше, чем в первой.

Для нормального падения света ( $i_1 = 0$ ) коэффициент отражения обычно мал, и тогда приближенно

$$\frac{B_1}{n_1^2} = \frac{B_2}{n_2^2}.$$

Это соотношение можно обобщить на ряд прозрачных веществ с коэффициентами преломления  $n_1, n_2, n_3, \dots$

$$\frac{B_1}{n_1^2} = \frac{B_2}{n_2^2} = \frac{B_3}{n_3^2} = \dots$$

Величины  $B_i/n_i^2$  носят название приведенных яркостей пучков. Тогда из последнего выражения следует, что если пренебрегать потерями света при отражениях, то при прохождении пучка через последующий ряд прозрачных веществ его приведенная яркость остается постоянной. При косых падениях света  $r$  возрастает, и тогда изменение яркости пучка надо определять по формуле (3.5).

#### § 4. ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА

Выделим поток, соответствующий бесконечно узкому интервалу частот  $d\Phi_\nu$ . Предположим, что этот поток в виде параллельного пучка лучей проходит через однородный поглощающий слой толщины  $dl$  (рис. 16). Обозначим через  $d\Phi_{\nu_0}$  падающий на слой поток, а через  $d\Phi_{\nu_l}$  — прошедший через него. Для бесконечно тонкого слоя можно написать, что убыль потока  $d(d\Phi_\nu)$  равна

$$d(d\Phi_{\nu}) = -\kappa(\nu) d\Phi_{\nu} dl, \quad (4.1)$$

где  $\kappa(\nu)$  — величина, определяющая степень поглощения света данной частоты (данной длины волны) в рассматриваемом слое. Эта величина носит название коэффициента поглощения. Коэффициент поглощения имеет размерность, обратную длине, и при измерении толщины слоя в метрах или сантиметрах соответственно измеряется в  $1/\text{м}$  или  $1/\text{см}$ .

Интегрируя выражение (4.1) по  $l$  от 0 до  $l$ , получим

$$d\Phi_{\nu l} = d\Phi_{\nu 0} e^{-\kappa(\nu) l}. \quad (4.2)$$

Это известный закон поглощения Бугера для однородной среды конечной толщины  $l$  и для монохроматического света, т. е. света, соответствующего бесконечно узкому интервалу частот (длин волн). Величина  $\kappa(\nu)l$  носит название оптической плотности; она безразмерна. Поскольку каждый из потоков  $d\Phi_{\nu l}$ ,  $d\Phi_{\nu 0}$  может быть выражен через спектральные плотности потока.

$$d\Phi_{\nu l} = f_{\nu l} d\nu, \quad d\Phi_{\nu 0} = f_{\nu 0} d\nu,$$

то из (4.2) следует

$$f_{\nu l} = f_{\nu 0} e^{-\kappa(\nu) l}, \quad (4.3)$$

т. е. при прохождении света через однородную среду его спектральная плотность убывает по тому же экспоненциальному закону, как и сам монохроматический поток.

Экспериментально коэффициент поглощения обычно определяется путем измерения ослабления светового потока при прохождении через однородную плоскопараллельную пластинку. При этом необходимо учитывать роль отражений от обеих поверхностей. Обозначим через  $r$  коэффициент отражения. Тогда при пренебрежении многократными отражениями в пластинке получим для потока, прошедшего через пластинку толщиной  $l$ :

$$d\Phi_{\nu l} = d\Phi_{\nu 0} (1 - r)^2 e^{-\kappa(\nu) l}. \quad (4.4)$$

Для прозрачных диэлектрических сред при нормальном падении света  $r = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ , где  $n$  — коэффициент преломления, и формула (4.4) приобретает вид

$$d\Phi_{\nu l} = d\Phi_{\nu 0} \left[1 - \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2\right]^2 e^{-\kappa(\nu) l},$$

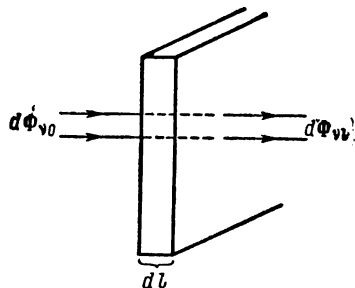


Рис. 16. Прохождение светового пучка через плоскопараллельный слой толщины  $dl$ .

откуда

$$\kappa(\nu) = \frac{1}{l} \left\{ 2 \ln \left[ 1 - \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 \right] - \ln \frac{d\Phi_{\nu l}}{d\Phi_{\nu 0}} \right\}.$$

Этой формулой пользуются для нахождения коэффициента поглощения  $\kappa(\nu)$ .

Роль отражений можно исключить, воспользовавшись двумя плоскопараллельными пластинками из одинакового материала, но разных толщин  $l_1$  и  $l_2$ . Тогда на основании равенства (4.4), написанного соответственно для первой и второй пластинки, получим

$$\kappa(\nu) = \frac{1}{l_1 - l_2} \ln \frac{d\Phi_{\nu l_2}}{d\Phi_{\nu l_1}}.$$

Для неоднородной среды коэффициент поглощения зависит от координаты  $l$ . В таком случае оптическая плотность среды равна

$$\overline{\kappa(\nu)} l = \int_0^l \kappa(\nu, l) dl, \quad (4.5)$$

и закон поглощения (4.2) принимает вид

$$d\Phi_{\nu l} = d\Phi_{\nu 0} e^{-\int_0^l \kappa(\nu, l) dl}. \quad (4.6)$$

Значение коэффициента поглощения различно для различных частот  $\nu$  (длин волн  $\lambda$ ). Прозрачными называют тела, для которых коэффициент поглощения мал для всей области видимого спектра (стекло, вода). Однако, как правило, эти тела сильно поглощают в ультрафиолетовой и инфракрасной части спектра. Тела, для которых зависимость коэффициента поглощения от длины волны выражена сильно, называются селективно поглощающими, а тела, для которых  $\kappa(\nu)$  практически постоянно для всей видимой области, называются серыми, или нейтральными, поглотителями. Для прозрачных тел коэффициенты поглощения имеют значения порядка  $10^{-5} \sim 10^{-2} \text{ см}^{-1}$ . Например, для воздуха при атмосферном давлении  $\kappa(\nu) = 2 \cdot 10^{-5} \text{ см}^{-1}$  для  $\lambda = 400 \text{ нм}$ ; у обычных стекол  $\kappa \cong 5 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1}$  в видимой части спектра. Для сильно поглощающих сред (металлы)  $\kappa(\nu)$  достигает десятков тысяч  $\text{см}^{-1}$ . Резко выраженным селективным характером поглощения обладают атомарные пары элементов при низких давлениях — они сильно поглощают в очень узких интервалах длин волн, соответствующих линиям поглощения, и прозрачны в остальных частях спектра.

Рассмотрим теперь поглощение немонохроматического света, для которого выделим поток, относящийся к конечному участку частот

$$\Delta\Phi_0 = \int_{\nu_1}^{\nu_2} f_{\nu 0} d\nu.$$

После прохождения толщи  $l$  однородной поглощающей среды по (4.3) поток будет равен

$$\Delta\Phi_l = \int_{\nu_1}^{\nu_2} f_{\nu 0} e^{-\kappa(\nu)l} d\nu, \quad (4.7)$$

где для селективно-поглощающих сред  $\kappa(\nu)$  есть функция от  $\nu$ . Очевидно, для разных частных случаев результат интегрирования в (4.7) приведет к различным математическим выражениям. *Поглощение немонохроматического света в селективно-поглощающей среде не выражается простым экспоненциальным законом.* Лишь в случаях, когда в пределах интегрирования  $\kappa(\nu) = \text{const}$ , формула (4.7) приобретает вид, аналогичный (4.2).

Наряду с коэффициентом поглощения для характеристики поглощающих свойств среды вводят еще другую величину  $\tau(\nu)$ , называемую пропусканием. Для монохроматического света

$$\tau(\nu) = \frac{d\Phi_{\nu l}}{d\Phi_{\nu 0}} = e^{-\kappa(\nu)l}. \quad (4.8)$$

В случае среды, оптическая плотность которой мала ( $\kappa(\nu)l \ll 1$ ), приближенно

$$\tau(\nu) = 1 - \kappa(\nu)l.$$

Для селективно-поглощающих сред для немонохроматического света под пропусканием  $\tau$  подразумевается величина

$$\tau = \frac{\int_{\nu_1}^{\nu_2} f_{\nu 0} e^{-\kappa(\nu)l} d\nu}{\int_{\nu_1}^{\nu_2} f_{\nu 0} d\nu}. \quad (4.9)$$

Очевидно, значение  $\tau$  зависит не только от свойств поглощающей среды, но и от спектрального состава проходящего света.

В случаях, когда поглощение происходит за счет определенного сорта частиц, например, за счет молекул красителя, растворенного в прозрачном (для данной длины волны) растворителе, коэффициент поглощения  $\kappa(\nu)$  пропорционален концентрации поглощающих частиц  $C$ . Тогда закон Бугера (4.2) можно переписать в виде

$$d\Phi_{\nu l} = d\Phi_{\nu 0} e^{-\kappa'(\nu)Cl}. \quad (4.10)$$



Коэффициент  $\kappa'(\nu)$  имеет размерность квадрата длины и должен, следовательно, измеряться в  $\text{м}^2$  или  $\text{см}^2$ . Иногда вводят еще коэффициент  $K(\nu)$ , определяемый равенством

$$K(\nu) = \frac{4\pi n \kappa'(\nu)}{\lambda},$$

где  $n$  — коэффициент преломления среды, а  $\lambda$  — длина волны в пустоте;  $K(\nu)$  называется коэффициентом экстинкции.

Закон поглощения (4.2) впервые сформулирован Бугером в 1729 г., затем он был подробно рассмотрен Ламбертом (1760 г.). Позже Бер (1852 г.) экспериментально установил пропорциональность  $\kappa$  концентрации  $C$  поглощающих частиц. Закон поглощения, записанный в виде (4.10), иногда называется законом Бугера—Ламберта—Бера.

Отступления от пропорциональности  $\kappa$  концентрации частиц возможны, если с повышением концентрации  $C$  изменяются свойства поглощающих частиц за счет их взаимодействия друг с другом.

Другой тип отступлений от закона (4.10) имеет место, если в поглощающей среде происходят изменения под влиянием самого падающего света. Здесь следует различать два случая. Первый — это необратимое изменение со временем свойств поглощающей среды под влиянием излучения. Примером может служить выцветание красителей. Второй случай — когда изменения свойств поглощающей среды под влиянием излучения носят обратимый характер. Это означает, что коэффициент поглощения  $\kappa = \kappa' C$  становится функцией от яркости проходящего через среду светового пучка и, следовательно, возникают отступления от экспоненциального закона поглощения света. Такие отступления относятся к области нелинейных явлений в оптике. В настоящее время нелинейные явления, сводящиеся к обратимому изменению  $\kappa$ , обнаруживаются в ряде сред под влиянием мощных пучков лазерного излучения. Наблюдается как убывание  $\kappa$  с увеличением яркости пучка («просветление» среды), так и возрастание (эффект «запирания» света).

При написании закона Бугера (4.2) мы рассматривали прямолинейно распространяющийся пучок света в однородной среде. Поглощенная световая энергия переходит при этом в другие виды энергии (обычно она идет на нагревание). Однако нередко встречаются среды, в которых имеет место рассеяние света. Рассеяние может происходить от мелких взвешенных частиц, от неоднородностей плотности, от отдельных молекул и т. д. Рассеивающие среды носят название мутных, или дисперсных. Кроме того, возможен процесс, когда атом или молекула, поглотив излучение, затем вновь его испускают,

причем либо с той же самой длиной волны (резонансное излучение), либо с измененной длиной волны.

Во всех этих случаях часть энергии уносится из рассматриваемого прямолинейного пучка. В общем случае за счет вторичного рассеяния в окружающем объеме энергия может частично вернуться в пучок. Расчет ослабления пучка становится при этом сложным, он рассматривается в теории переноса энергии излучения. Если же считать, что излучение, рассеянное в стороны, не возвращается обратно в пучок, то закон ослабления будет по-прежнему носить экспоненциальный характер (для монохроматического света), только в формуле (4.2) вместо коэффициента поглощения  $\kappa$  будет стоять сумма  $\kappa + \sigma$ , где  $\sigma$  — коэффициент рассеяния.

## § 5. ОБЪЕМНЫЕ ИСТОЧНИКИ

До сих пор мы полагали, что свет испускается с поверхности светящегося тела. Рассмотрим теперь объемный источник  $V$ , все части которого светят. Выделим внутри такого источника элементарный объем  $dV$  (рис. 17). Излучение от этого объема в пределах некоторого телесного угла  $d\omega$ , раньше чем выйти за пределы тела, пройдет некоторую его толщину, где частично поглотится. Общее излучение сложится из излучения всех элементов объема, лежащих на данном луче зрения.

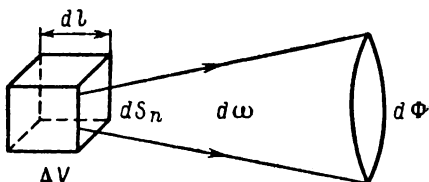


Рис. 17. Поток от элементарного объема  $dV$  источника света.

Рассмотрим сперва первичное (не поглощенное) излучение элемента  $dV$ . Обозначим через  $A$  мощность излучения единицы объема. Поток от элемента объема  $dV$  в пределах телесного угла  $4\pi$  равен

$$d\Phi_{4\pi} = AdV.$$

Если этот элемент объема светит во все стороны изотропно, то для потока  $d\Phi$ , приходящегося на телесный угол  $d\omega$ , получим

$$d\Phi = \frac{1}{4\pi} AdV d\omega.$$

Сила света в этом направлении равна

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega} = \frac{1}{4\pi} AdV, \quad (5.1)$$

и яркость

$$B = \frac{I}{dS_n} = \frac{1}{4\pi} A \frac{dV}{dS_n}.$$

Так как  $dV = dS_n dl$ , то последнее равенство можно переписать в виде

$$B = \frac{1}{4\pi} A dl. \quad (5.2)$$

Для немонохроматического излучения вводим спектральную плотность мощности  $a_\nu$ , тогда для бесконечно узкого интервала частот  $\nu, \nu + d\nu$

$$dA_\nu = a_\nu d\nu. \quad (5.3)$$

Для интегральных потока, силы света и яркости соответственно получим

$$d\Phi = \frac{1}{4\pi} dV d\omega \int_0^\infty a_\nu d\nu, \quad (5.4)$$

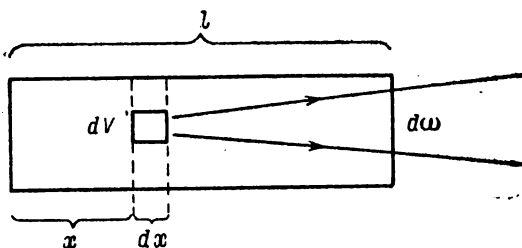


Рис. 18. К расчету потока от светящегося слоя конечной толщины  $l$ .

$$I = \frac{1}{4\pi} dV \int_0^\infty a_\nu d\nu, \quad (5.5)$$

$$B = \frac{1}{4\pi} \frac{dV}{dS_n} \int_0^\infty a_\nu d\nu. \quad (5.6)$$

Теперь рассчитаем излучение от светящегося слоя конечной толщины  $l$ . Введем координату  $x$ , которую будем отсчитывать в направлении излучения (рис. 18). На расстоянии  $x$  от заднего края слоя выделим светящийся элемент объема  $dV = dS_n dx$ . Излучаемый им первичный поток в пределах телесного угла  $d\omega$  равен

$$d\Phi_{x0} = \frac{1}{4\pi} a_\nu d\nu dS_n dx d\omega. \quad (5.7)$$

За пределы светящегося слоя этот поток выйдет, испытав поглощение на длине  $l - x$ . Поэтому для него получим

$$d\Phi_{xl} = \frac{1}{4\pi} a_\nu e^{-x(\nu)(l-x)} d\nu dS_n dx d\omega,$$

где  $\kappa(\nu)$  — коэффициент поглощения светящейся среды. Общий поток  $\Delta\Phi_\nu$  от слоя толщины  $l$  получим, проинтегрировав это выражение по  $x$  от 0 до  $l$ :

$$\Delta\Phi_{\nu l} = \frac{1}{4\pi} a_\nu d\nu dS_n d\omega \int_0^l e^{-\kappa(\nu)(l-x)} dx =$$

$$= \frac{1}{4\pi} a_\nu d\nu dS_n d\omega \frac{1 - e^{-\kappa(\nu)l}}{\kappa(\nu)}.$$

Используя (5.7), это выражение можно переписать в виде

$$\Delta\Phi_{\nu l} = \frac{d\Phi_{\nu 0}}{\kappa(\nu) dx} (1 - e^{-\kappa(\nu)l}). \quad (5.8)$$

Величина  $d\Phi_{\nu 0}/dx$  представляет собой поток от единицы длины слоя при отсутствии поглощения. Обозначим его через  $\Delta\Phi_{\nu 1}$ , тогда (5.8) переписывается так:

$$\Delta\Phi_{\nu l} = \Delta\Phi_{\nu 1} \frac{1 - e^{-\kappa(\nu)l}}{\kappa(\nu)}. \quad (5.9)$$

Введем в рассмотрение функцию  $S$  от оптической плотности среды  $\kappa(\nu)l$

$$S(\kappa(\nu)l) = \frac{1 - e^{-\kappa(\nu)l}}{\kappa(\nu)l}. \quad (5.10)$$

Тогда выражение (5.9) имеет вид

$$\Delta\Phi_{\nu l} = \Delta\Phi_{\nu 1} l S(\kappa(\nu)l). \quad (5.11)$$

Функция  $S(\kappa(\nu)l)$  учитывает роль поглощения света в пределах самого источника. Такое поглощение носит название с а м о п о г л о щ е н и я, или р е а б с о р б ц и и. Для функции  $S(\kappa(\nu)l)$  легко найти два предельных значения: 1) при  $\kappa(\nu)l \ll 1$  приближенно  $e^{-\kappa(\nu)l} = 1 - \kappa(\nu)l$ , и из (5.10) находим, что  $S(\kappa(\nu)l) = 1$ ; 2) при  $\kappa(\nu)l \gg 1$  экспоненциальный член  $e^{-\kappa(\nu)l} \ll 1$ , и приближенно  $S(\kappa(\nu)l) = \frac{1}{\kappa(\nu)l}$ . Общий ход функции  $S(\kappa(\nu)l)$  представ-

лен на рис. 19, б. На рис. 19, а дана зависимость потока  $\Delta\Phi_{\nu l}$  от оптической плотности светящегося слоя  $\kappa(\nu)l$  в соответствии с формулой (5.11). Как видно, при малых  $\kappa(\nu)l$  поток растет линейно с увеличением толщины светящегося слоя:  $\Delta\Phi_{\nu l} = \Delta\Phi_{\nu 1} l$ . При больших толщинах значение потока асимптотически приближается к предельному значению, равному  $\Delta\Phi_{\nu 1} \kappa(\nu)$ . Таким

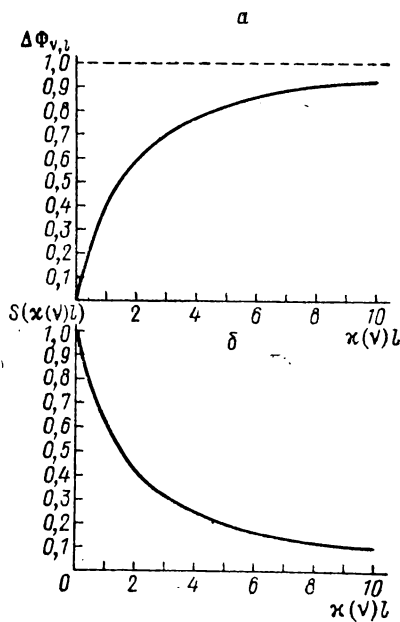


Рис. 19. Зависимость функции  $S$  от оптической плотности (б) и зависимости потока  $\Delta\Phi_{\nu l}$  от оптической плотности (а).

образом, при больших оптических плотностях увеличение толщины слоя  $l$  не ведет к возрастанию выходящего из него потока. Это происходит оттого, что излучение от наиболее удаленных частей слоя практически полностью поглощается раньше, чем выйдет за его пределы.

Полученное нами выражение (5.11) справедливо лишь для монохроматического света. В случае сложного спектрального состава света коэффициент поглощения  $\kappa(\nu)$  должен быть задан как функция  $\nu$ , а полный поток получится путем интегрирования выражения (5.9) по частоте.

В общем случае возможен сдвиг линии поглощения относительно линии испускания, кроме того, при больших значениях  $\kappa(\nu)$  возникает явление, носящее название пленения излучения. Решение задачи при учете этих явлений становится сложным.

## § 6. СВЯЗЬ ФОТОМЕТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН С ВЕКТОРОМ УМОВА — ПОЙНТИНГА. СВЕТОВОЙ ВЕКТОР

Как известно, световые волны являются волнами электромагнитными. По теории Максвелла электромагнитная волна

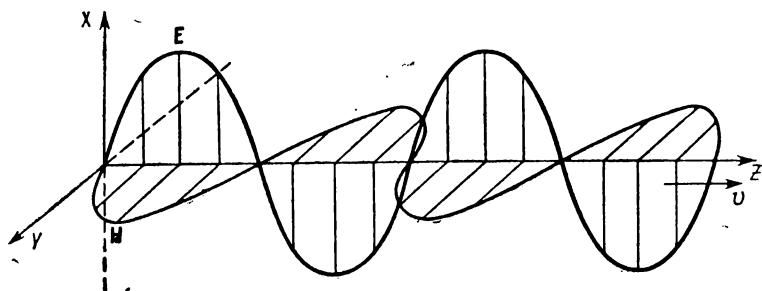


Рис. 20. Электромагнитная волна.

характеризуется колебаниями векторов электрической и магнитной напряженности  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ . Электромагнитная волна поперечна; оба вектора  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  взаимно перпендикулярны и в случае свободно распространяющейся волны совершают колебания в одной фазе (рис. 20). Численные значения  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  связаны соотношением<sup>1</sup>

$$\sqrt{\epsilon} E = \sqrt{\mu} H,$$

где  $\epsilon$  и  $\mu$  — диэлектрическая постоянная и магнитная проницаемость среды. Скорость распространения волн

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}},$$

<sup>1</sup> Здесь, как и повсюду дальше, где речь идет об уравнениях электромагнитного поля, мы пользуемся гауссовой системой единиц.

где  $c$  — скорость электромагнитных волн в пустоте, равная  $2,998 \cdot 10^8$  м/с  $\cong 3 \cdot 10^{10}$  см/с.

Энергия  $dW$ , переносимая электромагнитной волной через площадку  $dS$  за время  $dt$ , равна

$$dW = \Pi_n dS dt, \quad (6.1)$$

где  $\Pi_n$  — нормальная составляющая вектора Умова-Пойнтинга, определяемого равенством

$$\Pi = \frac{c}{4\pi} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}). \quad (6.2)$$

С другой стороны, энергия  $dW$  может быть выражена через поток  $d\Phi$  и освещенность  $E$

$$dW = d\Phi dt = E dS dt.$$

Сравнивая это выражение с (6.1), найдем

$$d\Phi = \Pi_n dS, \quad (6.3)$$

$$E = \Pi_n \quad (6.4)$$

— равенства, связывающие поток  $d\Phi$  и освещенность  $E$  с нормальной составляющей вектора Умова-Пойнтинга  $\Pi_n$ . Поскольку в фотометрии мы рассматривали энергию, переносимую за время, большое по сравнению с периодом колебаний световой волны, то в выражениях (6.3) и (6.4) под  $\Pi_n$  следует понимать среднее значение нормальной составляющей вектора Умова-Пойнтинга также за время, большое по сравнению с периодом волны.

В электромагнитной волне, как сказано,  $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$ , поэтому численное значение вектора Умова-Пойнтинга по (6.2) равно

$$\Pi = \frac{c}{4\pi} EH.$$

Воспользовавшись (6.1) и имея в виду, что для обычных сред можно считать  $\mu = 1$ , найдем

$$\Pi = \frac{c \sqrt{\epsilon}}{4\pi} E^2.$$

Тогда из равенства (6.4) следует, что освещенность пропорциональна квадрату амплитуды электрического вектора волны.

Пространство, занятое излучением, можно рассматривать как поле вектора  $\Pi$  и все фотометрические характеристики связывать со свойствами этого поля. Последовательное изложение фотометрии с такой точки зрения было проведено советским фотометристом А. А. Гершуном в 1933 г. При этом вектор  $\Pi$  получил название светового вектора.<sup>1</sup> Удобство указанного изложения заключается в том, что при наличии нескольких источников света суммарное значение светового вектора

<sup>1</sup> Иное значение термина «световой вектор» будет дано в ч. II.

равно векторной сумме световых векторов  $\Pi_i$  отдельных источников

$$\Pi = \sum_i \Pi_i.$$

Каждая данная точка светового поля характеризуется вектором  $\Pi$ . В поле можно провести световые линии — такие линии, в каждой точке которых световой вектор  $\Pi$  направлен по касательной (рис. 21). В случае одного точечного источника, находящегося в однородной среде, световыми линиями являются радиально расходящиеся прямые. В общем случае в однородной среде световые линии — семейство кривых. Для наглядности световые линии проводятся гуще там, где  $\Pi_n$  больше, и менее густо, где  $\Pi_n$  меньше. На рис. 22 изображены световые линии

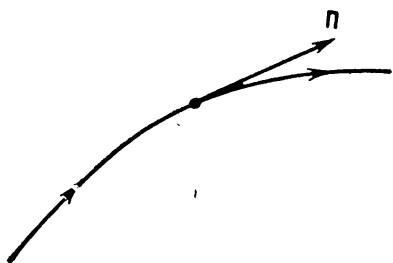


Рис. 21. Световая линия.

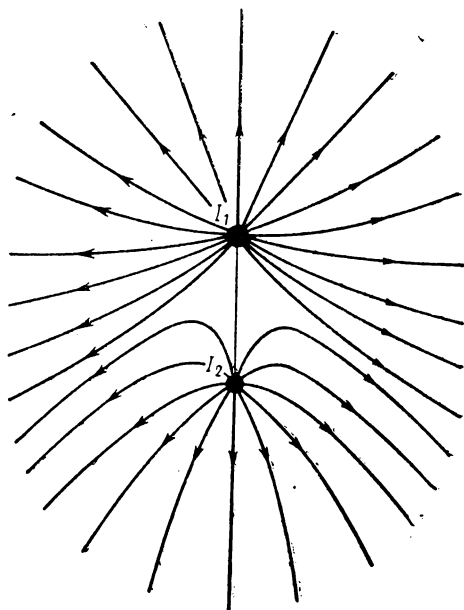


Рис. 22. Световые линии от двух точечных источников  $I_1$  и  $I_2$  разной силы света.

для двух точечных источников различной силы света в однородной среде. Искривление световых линий не противоречит прямолинейности распространения света в однородной среде, так как, по сказанному, световая линия — это такая линия, касательная к которой в каждой точке дает направление переноса энергии. В световом же поле, возникающем в результате сложения световых полей нескольких точечных источников, направление переноса энергии от места к месту меняется.

## § 7. ВОСПРИЯТИЕ СВЕТА. СВЕТОВЫЕ ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Указанные в предыдущих параграфах фотометрические величины являются исчерпывающими с энергетической точки зрения, но они ничего не говорят об интенсивности того субъективного ощущения, которое вызывает световой поток.

Субъективное зрительное ощущение получается в результате раздражения зрительного нерва, вызываемого освещением сетчатой оболочки глаза. Разрез через человеческий глаз изображен на рис. 23, где  $A$  — прозрачная роговая оболочка,  $L$  —

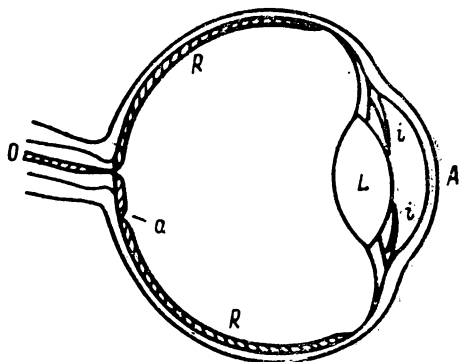


Рис. 23. Схема разреза глаза человека.

хрусталик,  $i$  — радужная, или ирисовая, оболочка,  $R$  — сетчатая оболочка,  $a$  — центральная ямка,  $O$  — зрительный нерв.

Пространство между роговой оболочкой и хрусталиком заполнено водянистой влагой, а между хрусталиком и сетчатой оболочкой — стекловидным телом. Радужная оболочка имеет отверстие, называемое зрачком.

Оптическая система глаза, которая будет рассмотрена в ч. II, дает на сетчатой оболочке действительное изображение предметов, находящихся вне глаза. Интенсивность ощущения определяется освещенностью, которую создает на сетчатой оболочке световой поток, попадающий в глаз. Сетчатая оболочка обладает весьма сложным строением. Светочувствительными элементами являются колбочки и палочки; представляющие собой окончания волокон зрительного нерва. Колбочки расположены преимущественно в центральной части сетчатой оболочки. Периферические части содержат только палочки. Несколько в стороне от зрительного нерва расположено желтое пятно с центральной ямкой ( $a$  на рис. 23). В области центральной ямки расположены только колбочки.

Палочки и колбочки играют различную роль при возникновении зрительного ощущения. Палочки обладают гораздо большей чувствительностью, чем колбочки, но не дают возмож-



ности различать цвета. Цветовые ощущения вызываются лишь при раздражении колбочек. Кроме того, области сетчатки, заполненные колбочками, позволяют различать значительно больше деталей, чем области, заполненные палочками. В соответствии с этим человек обладает двумя различными зрением. Одно из них, связанное с раздражением колбочек, действует при достаточно больших освещенностях, оно позволяет различать цвета и воспринимать большое число деталей. Это зрение называется дневным зрением. Второе связано с раздражением палочек и называется сумеречным зрением. Так как палочки расположены преимущественно по периферии сетчат-

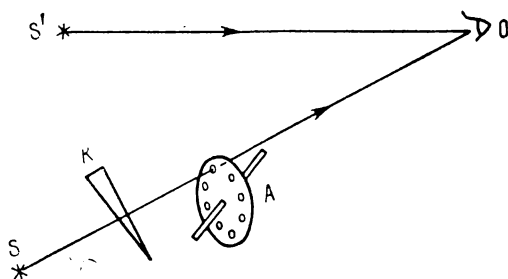


Рис. 24. Метод мигания С. И. Вавилова.

ки, то его называют также периферическим зрением. При малых освещенностях действует лишь сумеречное зрение.

Переход от дневного к сумеречному зрению происходит сравнительно медленно. Процесс включения сумеречного зрения называется адаптацией. Для полной адаптации необходимо выдержать глаз в темноте 30—40 минут. Чувствительность полностью адаптированного глаза весьма высока: он способен реагировать на поток  $\sim 4 \cdot 10^{-10}$  эрг/с, относящийся к зеленой части спектра. Минимальный световой поток, вызывающий зрительное ощущение, носит название порога видимости. Общий диапазон мощностей, которые способен воспринимать человеческий глаз (дневным и сумеречным зрением), очень велик. При дневном зрении глаз может воспринимать поток до 200 эрг/с. При больших мощностях возникают болезненные ощущения и могут произойти поражения сетчатой оболочки.

Порог адаптированного зрения для данного человека отличается большим постоянством. Подробное исследование порога адаптированного зрения было выполнено С. И. Вавиловым и его сотрудниками. Для точной фиксации момента пропадания зрительного ощущения применялся метод мигания. Схема этого метода изображена на рис. 24. Глаз наблюдателя О фиксируется на вспомогательный слабый постоянный источник света

$S'$ . Свет от второго источника  $S$  попадает на периферическую часть сетчатки, что обеспечивает его восприятие сумеречным зрением. На пути луча  $SO$  ставится вращающийся диск  $A$  с отверстиями, вызывающий мигания света от источника  $S$ . С помощью поглощающего клина  $K$  поток от источника  $S$  можно ослаблять в определенное число раз. Когда мощность света станет меньше порога видимости, мигания исчезают. Первоначальный поток  $\Phi$ , попадающий от источника света в зрачок, измеряется одним из объективных фотометрических методов (см. ниже). Для того чтобы мигания пропали, этот поток нужно ослабить клином в  $k$  раз, при этом порог видимости  $\Phi_0$  находится из соотношения  $\Phi_0 = \Phi/k$ .

Субъективное ощущение интенсивности воспринимаемого света зависит не только от его мощности, но и от спектрального состава. Чувствительность глаза максимальна к зеленой части спектра и быстро спадает как к красному, так и к синему концу. К инфракрасным и ультрафиолетовым лучам глаз не чувствителен. Поэтому величина, характеризующая способность светового потока вызывать зрительное ощущение, должна учитывать степень чувствительности глаза к свету разных длин волн. Ввиду встречаемых значительных индивидуальных отклонений следует рассматривать среднюю чувствительность, определяемую в результате обследования большого числа лиц. Величина, характеризующая такую среднюю чувствительность человеческого глаза к световым волнам разных длин, называется функцией видности.

Построение функции видности представляет трудности, так как с субъективной точки зрения нельзя установить равенство «яркостей» световых потоков разного цвета. В настоящее время для построения функции видности пользуются ступенчатым методом, сводящимся к установлению одинаковой субъективной яркости двух световых потоков близких длин волн. При этом оказывается, что относительная чувствительность глаза для различных спектральных участков зависит от абсолютного значения мощностей излучения (эффект Пушкина). Поэтому измерения следует проводить либо при освещенностях, соответствующих обычным условиям дневного зрения, либо в условиях, когда глаз полностью адаптирован к сумеречному зрению.

Сущность ступенчатого метода сводится к следующему. Два соседних поля, например, два соседних участка матового стекла, освещаются потоками двух настолько близких длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , чтобы оба поля казались практически одного цвета; тогда можно с достаточной степенью точности устанавливать одинаковость их субъективно воспринимаемой яркости. Мощности потоков соответственно равны  $d\Phi_{\lambda_1} = f_{\lambda_1} d\lambda$  и  $d\Phi_{\lambda_2} = f_{\lambda_2} d\lambda$ ; их отношение  $d\Phi_{\lambda_1}/d\Phi_{\lambda_2}$  может быть измерено объективным методом. Если бы чувствительность глаза к потокам обеих

длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  была одинакова, то оба поля казались бы одинаково яркими при равенстве мощностей  $d\Phi_{\lambda_1} = d\Phi_{\lambda_2}$ . В действительности для равенства субъективных яркостей приходится подбирать мощности обоих потоков несколько разными. Под функцией видности  $\varphi(\lambda)$  глаза подразумевается такая функция, значения которой для двух близких длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  обратно пропорциональны мощностям потоков  $d\Phi_{\lambda_1}$  и  $d\Phi_{\lambda_2}$ , вызывающим одинаковое ощущение яркости:

$$\frac{\varphi(\lambda_1)}{\varphi(\lambda_2)} = \frac{d\Phi_{\lambda_2}}{d\Phi_{\lambda_1}}.$$

Переходя последовательно от одного соседнего спектрального участка к другому, таким способом можно установить относительные значения функции видности  $\varphi(\lambda)$  в пределах всего видимого спектра. Для дневного зрения наибольшей чувствительностью человеческий глаз обладает к зеленому лучам с длиной волны 555 нм. Значение функции видности для этой длины принимается равным единице. За пределами видимого спектра ( $\lambda < 400$  нм  $\lambda > 760$  нм) функция видности практически

Таблица 1

Стандартизованные значения функций видности  
 $\varphi(\lambda)$  и  $\varphi'(\lambda)$

$\lambda$ , нм	$\varphi(\lambda)$	$\varphi'(\lambda)$	$\lambda$ , нм	$\varphi(\lambda)$	$\varphi'(\lambda)$
420	0,004	0,097	560	0,995	0,329
440	0,023	0,328	580	0,870	0,121
460	0,060	0,567	600	0,631	0,033
480	0,139	0,793	620	0,381	0,0074
500	0,323	0,982	640	0,175	0,0015
520	0,710	0,935	660	0,061	0,0003
540	0,954	0,650	680	0,017	0,00007
555	1,000	—	700	0,004	0,00002

равна нулю. В табл. 1 приведены стандартизованные значения функций видности дневного зрения  $\varphi(\lambda)$  и сумеречного зрения  $\varphi'(\lambda)$ , те же данные графически изображены на рис. 25. Кривая, соответствующая сумеречному зрению, сдвинута относительно кривой, соответствующей дневному зрению, в сторону коротких волн. Ее максимум, лежит при  $\lambda = 506$  нм; для этой длины волны  $\varphi'(\lambda) = 1$ .

Зная функцию видности, мы можем ввести новую величину, которая характеризовала бы свет с учетом его способности вызывать зрительное ощущение. Такая величина называется световым потоком и равна произведению из потока световой энергии  $d\Phi_\lambda$  на функцию видности  $\varphi(\lambda)$ .

В отличие от потока световой энергии  $d\Phi_\lambda$  мы будем ее обозначать через  $dF_\lambda$ . Тогда

$$dF_\lambda = \varphi(\lambda) d\Phi_\lambda = \varphi(\lambda) f_\lambda d\lambda.$$

Световой поток  $F_{\lambda_1, \lambda_2}$ , относящийся к конечному интервалу длин волн от  $\lambda_1$  до  $\lambda_2$ , равен

$$F_{\lambda_1, \lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda) f_{\lambda} d\lambda. \quad (7.1)$$

Интегральный световой поток

$$F = \int_0^{\infty} \varphi(\lambda) f_{\lambda} d\lambda. \quad (7.2)$$

Интегрирование здесь выполняется в пределах от 0 до  $\infty$ , так как для всех длин волн, лежащих вне видимого спектра,  $\varphi(\lambda) = 0$ .

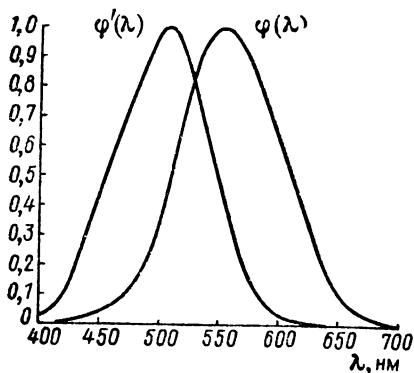


Рис. 25. Функция видности для дневного ( $\varphi(\lambda)$ ) и сумеречного зрения ( $\varphi'(\lambda)$ ).

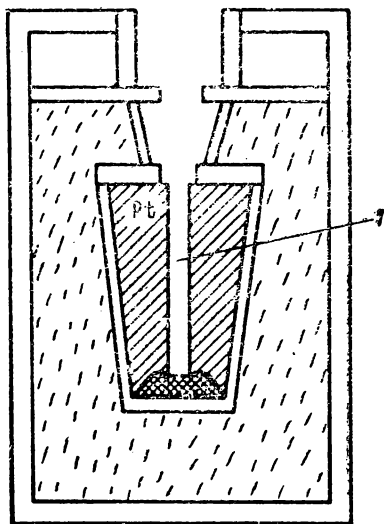


Рис. 26. Эталон силы света.

Вынося из-под знака интеграла в (7.1) среднее значение  $\varphi_{\lambda_1, \lambda_2}$ , получим

$$F_{\lambda_1, \lambda_2} = \bar{\varphi}_{\lambda_1, \lambda_2} \Phi_{\lambda_1, \lambda_2}. \quad (7.3)$$

Отсюда следует, что среднее значение функции видности для заданного интервала длин волн от  $\lambda_1$  до  $\lambda_2$  определяется равенством

$$\bar{\varphi}_{\lambda_1, \lambda_2} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda) f_{\lambda} d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} f_{\lambda} d\lambda}. \quad (7.4)$$

Аналогично тому как мы ввели световой поток, вводятся все остальные фотометрические «световые» единицы: светимость, освещенность, яркость.

## § 8. ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ ФОТОМЕТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

За основную фотометрическую единицу принимается единица силы света. В разное время эта единица устанавливалась разными способами. Первоначально за единицу принималась сила света, даваемая в определенном направлении пламенем свечи. Свеча стандартизировалась — указывались материал, диаметр свечи, длина фитиля. В 1948 г. в СССР был введен новый воспроизводимый световой эталон, разработанный в фотометрической лаборатории Всесоюзного научно-исследовательского института метрологии. Эталон осуществляется в виде абсолютно черного тела («полного излучателя», см. § 19) при температуре затвердевания платины (2046,6K). Источником света является трубка 1 (рис. 26) из окиси тория, погруженная в расплавленную платину, нагреваемую током высокой частоты. *За единицу силы света принимается 1/60 силы света, излучаемого в направлении нормали с 1 см<sup>2</sup> такого эталона.* В 1960 г. эта единица силы света была утверждена в качестве одной из основных единиц международной системы СИ под названием свечи, или канделы. Единицы измерения отдельных фотометрических величин устанавливаются на основании приведенных выше связей этих величин с силой света.

Единица светового потока устанавливается на основании соотношения (2.1)

$$dF = Id\omega.$$

За единицу светового потока принимается люмен (лм), равный световому потоку в пределах телесного угла в один стерadian от изотропного источника силой света в 1 св. Люмен может быть практически определен и непосредственно с помощью указанного эталона. А именно: люмен равен световому потоку, испускаемому абсолютно черным телом при температуре затвердевания платины с площади  $5,305 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2$ . Полный поток, излучаемый изотропным источником силой света в 1 св, равен

$$F = 4\pi I = 4\pi \text{ лм} \cong 12,566 \text{ лм}.$$

Единица освещенности устанавливается на основании соотношения (1.11)

$$E = \frac{dF}{dS}.$$

В международной системе единиц за единицу освещенности принимается люкс (лк), равный освещенности, создаваемой потоком в 1 лм, равномерно распределенным на площади в 1 м<sup>2</sup>. Кроме люкса употребляется другая единица освещенности — фот (ф), равная освещенности, создаваемой потоком в 1 лм, равномерно распределенным на площади 1 см<sup>2</sup>. Очевидно,

$$1\text{ф} = 10^4 \text{ лк}.$$

Светимость, определяемая соотношением  $R = dF/dS$ , измеряется, как и освещенность, в люксах или фотах.

Единица яркости устанавливается на основании соотношения (2.5)

$$B = \frac{I}{dS_n},$$

в соответствии с которым в международной системе единиц за единицу яркости принимается яркость равномерно светящейся плоской поверхности, дающей в нормальном к ней направлении силу света в 1 св с площади в 1 м<sup>2</sup>. Эта единица яркости называется нит (н). Наряду с нитом употребляется другая единица яркости, называемая стильбом (сб) и равная

$$1 \text{ сб} = 10^4 \text{ н.}$$

Очевидно, стильб равен яркости равномерно светящейся плоской поверхности, дающей в нормальном к ней направлении силу света в 1 св с площади в 1 см<sup>2</sup>.

Яркость поверхностей, светящихся за счет рассеянного света, как было сказано в § 2, определяется их освещенностью. Для поверхности, удовлетворяющей закону Ламберта,

$$B = \frac{k}{\pi} E,$$

где коэффициент рассеяния  $k$  не зависит от направления. На основании этого равенства, принимая во внимание, что  $1/\pi \cong \cong 0,318$ , получим

$$B [\text{н}] = 0,318 \text{ } kE [\text{люкс}],$$

$$B [\text{сб}] = 0,318 \text{ } kE [\text{фот}].$$

Отсюда для яркости идеально белой поверхности ( $k=1$ ), на которой падающий поток создает освещенность 1 лк = 10<sup>-4</sup>ф, получим

$$B = 0,318 \text{ н} = 3,18 \cdot 10^{-5} \text{ сб.}$$

Ниже приведены основные фотометрические величины световых и энергетических единиц измерения в СИ:

	Световая	Энергетическая
Световой поток $\Phi$ . . . . .	люмен	Вт
Световая энергия $W$ . . . . .	люмен·с	Дж
Сила света $I$ . . . . .	свеча (кандела)	Вт/стер
Освещенность $E$ } . . . . .	люкс = лм/м <sup>2</sup>	Вт/м <sup>2</sup>
Светимость $R$ }		
Яркость $B$ . . . . .	нит = св/м <sup>2</sup>	Вт/м <sup>2</sup> ·стер

Для иллюстрации ниже приведены приблизительные значения освещенностей (лк) и яркостей для ряда часто встречающихся случаев.

Освещенность $E$ , лк		Яркость $B$ , н	
Под прямыми лучами Солнца (летом) . . . . .	$10^6$	Светового пучка от Солнца через атмосферу . . . . .	$1,5 \cdot 10^9$
На открытом месте днем без Солнца . . . . .	$\sim 10^3$	Светового пучка от ясного неба в $75^\circ$ от Солнца . . . . .	$1,5 \cdot 10^3$
Днем в комнате . . . . .	$\sim 10^2$	Светового пучка от Луны через атмосферу . . . . .	$4 \cdot 10^3$
Необходимая для тонких работ . . . . .	$\sim 10^2$	Кратера электрической дуги . . . . .	$1,5 \cdot 10^8$
Необходимая для чтения . . . . .	30	Нити электрической лампы . . . . .	$5 \cdot 10^6$
Под прямыми лучами полной Луны . . . . .	0,25	Белой поверхности под прямыми лучами Солнца . . . . .	$3 \cdot 10^4$
От звезды восьмой величины . . . . .	$1,4 \cdot 10^{-9}$		

Рассмотрим теперь связь между энергетическими и световыми единицами. Она может быть установлена лишь при учете спектрального состава излучения. Это следует из того, что по определению люмен относится к тому спектральному составу, которым обладает излучение абсолютно черного тела при температуре затвердевания платины ( $2046,6\text{K}$ ). В этих условиях на 1 лм приходится 0,53 Вт интегрального излучения или 0,0091 Вт излучения, относящегося к видимой части спектра. Эту связь между люменом и ваттом мы можем записать в ином виде, воспользовавшись выражением (7.2), в которое введем коэффициент пропорциональности

$$F[\text{лм}] = k \left( \int_0^\infty \varphi(\lambda) f_\lambda d\lambda [\text{Вт}] \right). \quad (8.1)$$

Для коэффициента  $k$  получается численное значение

$$k = 683 \text{ лм/Вт}.$$

В соответствии со сказанным выше это соотношение справедливо лишь в том случае, когда световой поток испускается абсолютно черным телом при температуре  $T = 2046,6\text{K}$ . Однако можно обобщить определение люмена, относя соотношение (8.1) и к световому потоку иного спектрального состава. В качестве примера возьмем солнечный свет, обычно называемый «белым». Он близок по спектральному составу к излучению абсолютно черного тела при температуре  $T = 5500\text{K}$ . Если для излучения абсолютно черного тела при такой температуре определить поток в люменах по формуле (8.1), то получится, что на 1 лм приходится 0,012 Вт интегрального излучения или 0,0046 Вт излучения, относящегося к видимой части спектра.

Соотношение (8.1) можно отнести и к излучению, выделенному вблизи любой длины волны  $\lambda$ , в пределах столь узкого интервала длин волн  $\Delta\lambda$ , что для него функция видности  $\varphi(\lambda)$  практически остается постоянной. Тогда получим

$$\Delta F_\lambda [\text{лм}] = 683 \varphi(\lambda) (\Delta \Phi_\lambda [\text{Вт}]), \quad (8.2)$$

$$\text{или} \quad \Delta \Phi_\lambda [\text{Вт}] = \frac{k'}{\varphi(\lambda)} (\Delta F_\lambda [\text{лм}]), \quad (8.3)$$

где  $k' = 1/k = 0,00146 \text{ Вт/лм}$ .

Величина  $k'$  называется минимальным механическим эквивалентом света. Для спектральной области вблизи максимальной чувствительности глаза ( $\lambda = 555$  нм) функция видности  $\varphi(\lambda) = 1$ , и равенство (8.3) принимает вид

$$\Delta\Phi_{\lambda=555} [\text{Вт}] = 0,00146 (\Delta F_{\lambda=555} [\text{Вт}]).$$

Таким образом, в области максимальной чувствительности глаза световому потоку в 1 лм соответствует мощность 0,00146 Вт.

## § 9. ПРИЕМНИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Прежде всего рассмотрим глаз как приемник излучения. Человеческий глаз обладает весьма высокой чувствительностью. Как было указано, для полностью адаптированного глаза, т. е. для случая сумеречного зрения, глаз способен в области максимальной чувствительности (зелёный свет с длиной волны 506 нм) реагировать на проникающий сквозь зрачок поток, около  $4,10^{-10}$  эрг/с. Это соответствует освещенности на зрачке порядка  $5 \cdot 10^{-10}$  лк. Так как для  $\lambda = 506$  нм энергия одного фотона  $\epsilon \cong 4 \cdot 10^{-12}$  эрг, то оказывается, что в области максимальной чувствительности глаз может воспринимать около 100 фотонов в секунду. Это число фотонов, при котором уже начинают сказываться флуктуационные явления (см. § 18).

С изменением длины волны по отношению к той, на которую приходится максимум кривой видности (см. рис. 25), чувствительность глаза быстро спадает. Например, в случае дневного зрения, чтобы вызвать одинаковые субъективные ощущения яркости, требуется в фиолетовой области ( $\lambda = 420$  нм) поток в 250 раз больший, чем в области максимальной чувствительности глаза. Обычно считается, что диапазон длин волн, к которому чувствителен глаз, простирается приблизительно от 400 до 760 нм. Однако при больших освещенностях глаз реагирует и на излучения с длиной волны, несколько меньшей 400 нм и несколько большей 760 нм. Современные объективные методы регистрации световых потоков позволяют вести исследования в области коротких длин волн вплоть до рентгеновских лучей, т. е. приблизительно до нескольких нм, а в области длинноволновой части спектра — вплоть до радиоизлучения с длиной волны порядка 1 мм.

Глаз, как и любой другой орган восприятия человека, не позволяет производить количественную оценку мощности раздражителя. Но он позволяет довольно хорошо устанавливать равенство мощностей излучения (или освещенностей) при одинаковой цветности сравниваемых источников. По так называемому закону Вебера-Фехнера минимальное изменение мощности раздражителя  $\Delta W$ , которое может быть замечено, пропорционально самой мощности  $W$ . Другими словами, от-



ношение  $\Delta W/W$  должно быть постоянным. Для зрения это постоянство выполняется в довольно широкой области отношений мощностей, примерно 1 : 1000. Отношение  $\Delta W/W$  носит название контрастности зрения; для разных людей оно несколько различно и меняется в зависимости от условий наблюдения. В среднем  $\Delta W/W$  равно приблизительно 0,01. Это означает, что при достаточных освещенностях глаз может устанавливать равенство освещенностей двух соседних полей при их одинаковой цветности с точностью около 1%. При разной цветности устанавливать равенство освещенностей становится трудно, о чем было сказано выше.

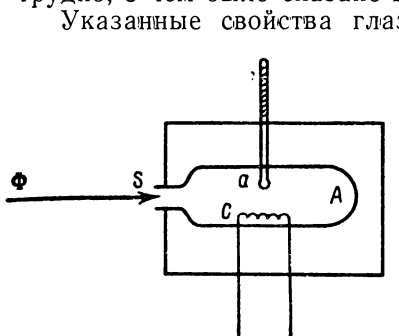


Рис. 27. Измерение светового потока  $\Phi$  по поглощению в полости.

Указанные свойства глаза обуславливают чрезвычайную ограниченность методов количественной визуальной фотометрии. Прежде всего, они осуществимы в области видимого спектра. Во-вторых, применяемые методы должны быть «нулевыми», т. е. глаз должен использоваться в них только для констатации равенства каких-либо двух фотометрических величин (см. § 14). Наконец, сравнимы лишь излучения одинакового спектрального состава, или, как принято говорить, разрешимы

лишь задачи монохромной фотометрии. Все остальные задачи фотометрии могут решаться лишь с помощью объективных приемников излучения.

Наиболее прямой объективный способ измерения потока световой энергии в абсолютной мере сводится к следующему: световой поток через отверстие  $S$  (рис. 27) попадает внутрь почти замкнутого сосуда  $A$ , в нем поглощается и вызывает его нагревание. Сосуд  $A$  представляет собой модель абсолютно черного тела (см. § 19), и при малых размерах отверстия  $S$  свет поглощается внутри сосуда  $A$  практически нацело, независимо от длины волны, так как обратно из отверстия  $S$  излучение может выйти лишь в результате многократных рассеяний от стенок. Если при единичном акте рассеяния рассеивается  $k$ -я доля падающего потока, то после  $n$  рассеяний останется  $k^n$ -я доля потока. Например, при  $k=0,1$  и  $n=5$  рассеянной будет лишь  $10^{-5}$  доля потока, а остальная его часть поглотится.

В результате поглощения света в сосуде  $A$  его стенки начнут нагреваться. При постоянных условиях теплоотдачи в конце концов установится термическое равновесие. Этому равновесию будет соответствовать температура  $T$ , которая может быть измерена с помощью соответствующего приспособления  $a$  (термометр, термopара). После того как температура  $T$  измерена,

доступ светового потока в сосуде  $A$  прекращается, и при тех же условиях теплоотдачи сосуд подогревается электрическим током, протекающим по спирали  $C$ . Сила тока подбирается такая, чтобы температура  $T$  осталась прежней. Очевидно, это произойдет при условии, что мощность, развиваемая в спирали  $C$  электрическим током, равна мощности светового потока. Так как мощность электрического тока измеряется в абсолютной мере по силе тока и разности потенциалов на концах спирали  $C$ , то и поток световой энергии окажется измеренным в абсолютной мере (Вт или эрг/с).

Этот метод одинаково пригоден для измерения энергии излучения любой длины волны, т. е. для решения задач гетерохромной фотометрии. В принципе он очень прост, но практическое его осуществление требует много времени, и чувствительность его мала. Поэтому широко используются другие методы измерения, в которых приемники градуируются по излучению абсолютно черного тела (§ 19). Приемники могут быть разделены на следующие типы: 1) тепловые, 2) фотоэлектрические, 3) ионизационные, 4) фотохимические (фотографические).

## § 10. ТЕПЛОВЫЕ ПРИЕМНИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Тепловыми называются такие приемники, в которых поглощаемый световой поток ведет к их нагреванию. Если повышение температуры  $\Delta T$ , вызванное поглощенным световым потоком  $\Phi$ , мало по сравнению с температурой окружающей среды  $T$ , то при установлении стационарного режима

$$\Delta T = \frac{k\Phi}{\kappa},$$

где  $k$  — коэффициент поглощения и  $\kappa$  — коэффициент теплоотдачи. Повышение температуры  $\Delta T$  обычно измеряется по эффекту, линейно зависящему от  $\Delta T$  (тепловое расширение, изменение омического сопротивления и т. д.); тогда оказывается, что показания теплового приемника линейно зависят от падающего светового потока  $\Phi$ . Это существенное преимущество тепловых приемников перед рядом других; их вторым преимуществом является малая чувствительность к изменению длины волны регистрируемого излучения (независимость коэффициента  $k$  от длины волны). Эта малая селективность достигается путем зачернения нагреваемой поверхности мелкодисперсным порошком графита, окисью железа и т. д. Наилучшим неселективным приемником является описанный в § 9 приемник в виде модели абсолютно черного тела.

Тепловые приемники можно разделить на группы в зависимости от того, по изменению какой физической величины обнаруживается и измеряется нагревание. В качестве таких группы рассмотрим приемники, действующие в результате: терми-

ческого расширения, термического изменения электрического сопротивления, возникновения термоэлектродвижущей силы, испарения пленки.

**Термическое расширение.** Простейшим приемником, основанным на термическом расширении, является двуслойный приемник Вейнгера. Он состоит из двух скрепленных вместе полосок (рис. 28), изготовленных из материалов с различными коэффициентами теплового расширения  $\alpha$ . Например, одна из них может представлять собой тонкую пленку плавленого кварца, а другая — нанесенный на нее слой металла. При нагревании за счет падающего излучения двуслойная полоска изгибается. Для уменьшения теплоотдачи полоску помещают

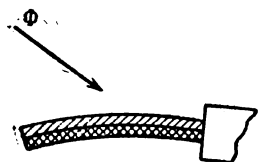


Рис. 28. Схема двуслойного приемника М. Л. Вейнгера.

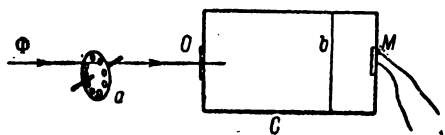


Рис. 29. Схема опико-акустического приемника.

в вакуумный сосуд. Возникающий малый изгиб можно наблюдать в микроскоп небольшого увеличения.

Другим приемником является так называемый опико-акустический приемник, также разработанный М. Л. Вейнгеровым. В камеру  $C$  (рис. 29) через окошко  $O$  попадает измеряемый световой поток. Поток модулируется с помощью вращающегося диска  $a$  с отверстиями (обтюратор) с частотой, относящейся к области акустических колебаний. Внутри камеры находится газ, поглощающий излучение. За счет поглощенной энергии газ расширяется. Поскольку это расширение происходит периодически, в нем устанавливаются акустические колебания. Эти колебания передаются мембране  $b$  и регистрируются с помощью микрофона  $M$ . Используя газ, имеющий узкую полосу поглощения, можно получить селективный приемник, чувствительный лишь к излучению определенной длины волны.

Наиболее распространенным в настоящее время приемником, основанным на термическом расширении, является пневматическая ячейка Голея. Она находит широкое применение для регистрации и измерения инфракрасного излучения. Схема устройства ячейки Голея представлена на рис. 30. Измеряемое излучение, прошедшее через окошко  $O$ , попадает на зачерненную мембрану  $M$  и нагревает ее. Нагревание от мембраны передается газу, заключенному в камере  $C$ . В результа-

те нагревания давление газа повышается, что ведет к прогибанию второй тонкой мембраны  $a$  с зеркальной наружной поверхностью. Прогиб этой мембраны регистрируется по отклонению отраженного от нее светового луча  $I$ .

Для увеличения чувствительности ячейки Голея используется следующий прием. Свет от добавочного источника  $I$  (рис. 31) проходит через линзы  $L_1$  и  $L_2$  и расположенную между ними решетку  $b$ , состоящую из ряда параллельных прозрачных и непрозрачных полос.

Линзы  $L_1$  и  $L_2$  подобраны так, что свет, отраженный от мембраны ячейки  $a$ , дает изображение решетки  $b'$ , накладывающееся на саму решетку  $b$ . Изображение сдвинуто на-

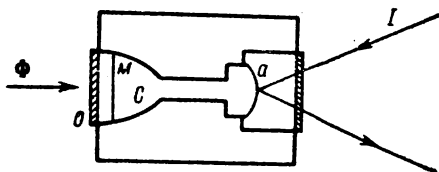


Рис. 30. Схема пневматической ячейки Голея.

столько, что при недеформированной мембране  $a$  светлые места изображения  $b'$  попадают на непрозрачные полосы решетки  $b$ . В результате отраженный свет задерживается решеткой. При деформации мембраны  $a$  изображение  $b'$  сдвигается, свет начинает проходить сквозь решетку  $b$  и, отразившись от

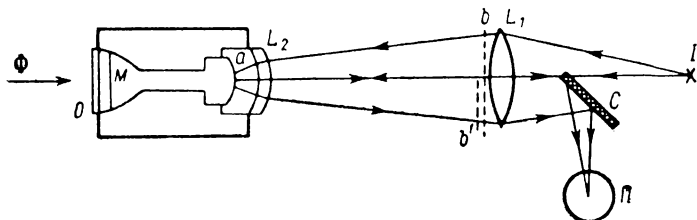


Рис. 31. Схема регистрации сигнала от ячейки Голея.

зеркала  $C$ , попадает на приемник (фотоэлемент). Чем больше деформация мембраны  $a$ , тем больший световой поток попадает на приемник.

В другом варианте пневматического приемника мембрана  $a$  представляет собой одну из пластин конденсатора. Вторая неподвижная пластина расположена параллельно ей, на некотором от нее расстоянии. При прогибе мембраны  $a$  меняется емкость конденсатора, что регистрируется по изменению соответствующего электрического сигнала.

**Термическое изменение электрического сопротивления.** Приборы, действующие на этом принципе, носят название болометров. Термочувствительным элементом болометра служит тонкая проводящая полоска, на которую падает измеряемый световой поток  $\Phi$ . Нагревание полоски в результате поглощения светового потока ведет к изменению ее сопротивления  $R$ ,

которое измеряется с помощью соответствующей электрической схемы. Чаще всего используется мостиковая схема, работающая на постоянном или переменном токе. Термочувствительный элемент болометра может изготавливаться как из металла, так и из полупроводника. Рассмотрим эти два типа болометров отдельно.

**Металлические болометры.** Изменение омического сопротивления  $\Delta R_B$  термочувствительного элемента такого болометра при повышении его температуры на  $\Delta T$  определяется равенством

$$\frac{\Delta R_B}{R_B} = \alpha \Delta T. \quad (10.1)$$

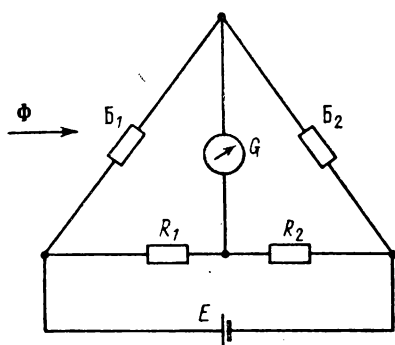


Рис. 32. Мостиковая схема включения болометра  $B_1$ .

Термический коэффициент  $\alpha$  имеет, в зависимости от вида металла, значение порядка  $(3 \sim 6) \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}$ . Обычно используются платина, золото, никель, висмут, сурьма. Чтобы полоска имела малую теплоемкость, ее делают очень тонкой. Специальная прокатка позволяет получить платиновые полоски толщиной порядка 1 мкм. Более тонкие пленки (до 0,1 мкм) получаются путем испарения металла в вакууме на пластмассовую подложку. Для уменьшения селективности приемника слой металла чернится. Для снижения коэффициента теплоотдачи термочувствительный элемент болометра помещается в вакуумный сосуд.

На рис. 32 представлено включение болометра в мостиковую схему:  $B_1$  — термочувствительный элемент болометра, на который падает измеряемый световой поток;  $B_2$  — второй такой же элемент, служащий для компенсации изменений температуры окружающей среды. Если первоначально отношение сопротивлений мостика  $R_1$  и  $R_2$  подобрано так, чтобы ток, протекающий через измерительный прибор  $G$ , был равен нулю, то при изменении сопротивления болометра  $R_B$  на величину  $\Delta R_B$  через него пойдет ток

$$\Delta i = i_B \frac{\Delta R_B}{R_B} L,$$

где  $i_B$  — ток, протекающий через термочувствительный элемент болометра;  $L$  — коэффициент, зависящий от отношения сопротивлений мостиковой схемы. С помощью равенства (10.1) это соотношение можно переписать в виде

$$\Delta i = i_B \alpha \Delta T L. \quad (10.2)$$

При падении на термочувствительный элемент болометра потока  $\Phi$  при установлении стационарного режима, как было сказано,

$$\Delta T = \frac{k\Phi}{\kappa},$$

где  $k$  — коэффициент поглощения потока и  $\kappa$  — константа теплоотдачи. Тогда из (10.2) имеем

$$\Delta i = i_B \alpha L \frac{k}{\kappa} \Phi.$$

При неизменности  $i_B$  это дает пропорциональность силы тока  $\Delta i$  измеряемому световому потоку  $\Phi$ .

Болометр, как и любой другой тепловой приемник, обладает относительно большой постоянной времени. После прекращения падения светового потока  $\Phi$  на приемник  $\Delta T$  (представляющее собой превышение его температуры над температурой окружающей среды) начнет падать. Если  $C_T$  — теплоемкость приемника, то скорость спада температуры  $d(\Delta T)/dt$  удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$C_T \frac{d(\Delta T)}{dt} + \kappa \Delta T = 0, \quad (10.3)$$

откуда получаем

$$\Delta T = \Delta T_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (10.4)$$

где  $\tau = C_T/\kappa$ . Из (10.4) видно, что температура  $\Delta T$  экспоненциально падает с постоянной времени  $\tau$ .

Рассмотрим теперь процесс установления стационарного режима при падении на приемник постоянного потока  $\Phi_0$ . Тогда уравнение (10.3) заменится уравнением

$$C_T \frac{d(\Delta T)}{dt} + \kappa \Delta T = k\Phi_0,$$

решение которого имеет вид

$$\Delta T = \frac{k\Phi_0}{\kappa} \left[ 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right], \quad (10.5)$$

где  $\tau$  по-прежнему равно  $C_T/\kappa$ . При возрастании  $t/\tau$  повышение температуры стремится к предельному значению  $\Delta T = k\Phi_0/\kappa$ . Это предельное значение будет достигаться тем скорее, чем меньше постоянная времени  $\tau$  (см. § 16). Для различных тепловых приемников  $\tau$  лежит в интервале от 1 до 10 мс. Значение  $\tau$  ограничивает применимость приемника для изучения переменных во времени световых потоков.

Кроме того, постоянная времени  $\tau$  играет существенную роль при подборе условий усиления сигнала, падающего на приемник. Обычно в усилительных схемах используется вращающийся диск с отверстиями, периодически прерывающий измеряемый поток. В результате в мостике возникает переменное напряжение, ко-

торое можно усилить с помощью узкополосного усилителя (см. § 12).

Предположим, что в результате модулирования имеет место чисто периодическое изменение светового потока с частотой  $f$

$$\Phi = \Phi_0 e^{-2\pi i f t}.$$

Тогда дифференциальное уравнение (10.3) заменится уравнением

$$C_T \frac{d(\Delta T)}{dt} + \pi \Delta T = k \Phi_0 e^{-2\pi i f t}.$$

Решение этого уравнения (при отбрасывании затухающего экспоненциального члена) имеет вид

$$\Delta T = \frac{k \Phi_0}{\chi - 2\pi C_T i f} e^{-2\pi i f t}.$$

Таким образом,  $\Delta T$  колеблется с той же частотой  $f$ , с какой модулирован регистрируемый поток. Действительная амплитуда колебаний температуры равна

$$|\Delta T| = \frac{k \Phi_0}{\sqrt{\chi^2 + 4\pi^2 C_T^2 f^2}} = \frac{k \Phi_0}{\chi \sqrt{1 + (2\pi f \tau)^2}}. \quad (10.6)$$

При частотах  $f$ , для которых выполнено условие  $(f\tau)^2 \ll 1$ , из (10.6) следует, что  $|\Delta T| = k \Phi_0 / \chi$ , т. е. амплитуда колебания  $\Delta T$  практически не зависит от частоты модуляции потока и обратно пропорциональна коэффициенту теплоотдачи  $\chi$ . При  $(f\tau)^2 \gg 1$  приближенно

$$|\Delta T| = \frac{k \Phi_0}{2\pi C_T f},$$

т. е.  $\Delta T$  уменьшается с увеличением частоты  $f$ .

Полупроводниковые болометры. Сопротивление полупроводников падает с нагреванием по закону

$$R = R_0 e^{\frac{B}{T} - \frac{B}{T_0}}, \quad (10.7)$$

где  $B$  — постоянная, а  $T$  и  $T_0$  — температуры по шкале Кельвина. Обозначая изменение температуры  $T - T_0$  через  $\Delta T$ , перепишем выражение (10.7) в виде

$$R = R_0 e^{-\frac{B \Delta T}{T_0 T}}.$$

При малом изменении температуры приближенно

$$R = R_0 \left( 1 - B \frac{\Delta T}{T_0^2} \right).$$

Отсюда следует, что изменение сопротивления  $\Delta R_B$  полупроводникового болометра при повышении его температуры на  $\Delta T$  определяется равенством

$$\frac{\Delta R_B}{R_B} = -B \frac{\Delta T}{T_0^2} = -\alpha' \Delta T, \quad (10.8)$$

где  $\alpha'$  — величина, приближенно постоянная.

В качестве материалов для термочувствительного элемента полупроводниковых болометров употребляют окиси Cu, Mn, Co, а также PbSe, Ag<sub>2</sub>S и другие соединения. Коэффициент  $\alpha'$  достигает для них при комнатных температурах значений  $(1 \div 5) \times 10^{-2} \text{ град}^{-1}$ , т. е. значений на порядок больших, чем для металлов. Так как по равенству (10.8) отношение  $\Delta R_B/R_B$  обратно пропорционально квадрату температуры  $T_0$ , то чувствительность полупроводникового болометра можно повысить путем охлаждения до низких температур.

Термочувствительный элемент полупроводниковых болометров иногда изготавливают в виде тонкой пленки (порядка  $10^{-2}$  мм) из смеси окислов металлов с органическим склеивающим веществом между металлическими электродами (термистор).

Особым типом болометра является болометр со сверхпроводящим материалом. Его термочувствительный элемент состоит из сверхпроводника, находящегося при температуре, близкой к переходной. При падении на него излучения его температура повышается и сопротивление частично восстанавливается, что приводит к повышению разности потенциалов на концах. Вследствие большой резкости перехода из сверхпроводящего состояния в нормальное чувствительность такого прибора очень высока. Недостатком сверхпроводящего болометра является необходимость работать при очень низких (гелиевых) температурах, что связано с определенными техническими трудностями.

**Термоэлектродвижущая сила.** Как известно, в цепи, составленной из разных проводников, возникает термоэлектродвижущая сила  $\epsilon_T$ , если места контактов проводников находятся при разной температуре. Для цепи, образованной двумя проводниками,

$$\epsilon_T = \alpha_{1,2}(T - T_0), \quad (10.9)$$

где  $T$  и  $T_0$  — температуры контактов проводников. Коэффициент  $\alpha_{12}$  для данной пары металлов зависит от температуры. Однако при заданном значении одной из температур (например,  $T_0$ ) и малой их разности  $\alpha_{12}$  можно считать постоянным. В табл. 2 приведены значения термоэлектродвижущей силы  $\epsilon_T$  для ряда

Таблица 2

Термоэдс некоторых пар металлов

Металл	Термоэдс, мкВ/град	Металл	Термоэдс, мкВ/град
Сурьма—свинец . . . . .	+43	Платина—свинец . . . . .	— 4,4
Железо—свинец . . . . .	+15	Никель—свинец . . . . .	—21
Молибден—свинец . . . . .	+ 7,6	Константан—медь . . . . .	+43



пар металлов в мкВ/град, отнесенные к интервалу температур  $\Phi \div 100^\circ \text{C}$ . Знак плюс означает, что ток течет через нагретый спай от первого металла ко второму.

Схема включения термопары представлена на рис. 33, где 1 и 2 — два разных металла, образующих термопару;  $R_a$  — внешнее сопротивление. Область, обведенная пунктиром, поддерживается при постоянной температуре  $T_0$ . Измеряемый поток падает на зачерненный спай  $a$ . При повышении температуры спаия на  $\Delta T$  в цепи появляется термоэлектродвижущая сила

$$\Delta \varepsilon_T = \alpha_{1,2} \Delta T.$$

На концах сопротивления  $R_a$  возникнет разность потенциалов

$$\Delta U = \frac{R_a}{R_a + R} \alpha_{1,2} \Delta T, \quad (10.10)$$

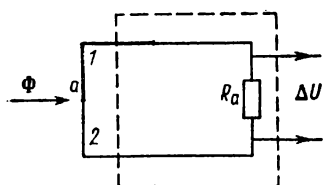


Рис. 33. Схема включения термопары.

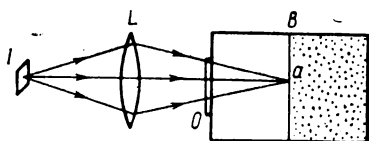


Рис. 34. Схема эвапорографа.

где  $R$  — сопротивление проводников, образующих термопару. Эта разность потенциалов измеряется соответствующим измерительным прибором или подается на усилительную схему.

Важно, чтобы теплоемкость термопары и коэффициент теплоотдачи были, как и для болометра, по возможности меньше. Поэтому проводники 1 и 2 берутся в виде очень тонких проволок или полосок и помещаются в вакуумный сосуд. Используются также очень тонкие металлические слои, нанесенные на непроводящую пленку. Вакуумные термопары могут давать эдс порядка (1~3) В/Вт, и их пороговая чувствительность достигает  $10^{-10}$  Вт.

**Испарение пленки.** Методы регистрации излучения, основанные на испарении твердой или жидкой пленки, носят название эвапорографии. Используются они в основном для обнаружения далекого инфракрасного излучения в тех случаях, когда надо обнаружить не только наличие потока излучения, но и его распределение по какой-либо поверхности, т. е. изучить даваемое им изображение. Схема эвапорографа изображена на рис. 34, где  $I$  — светящийся объект,  $L$  — линза, дающая его действительное изображение на зачерненной мембране  $a$ , находящейся в вакуумной камере  $B$  с окошком  $O$ . На другую сторону мембраны наносится тонкая пленка легкоиспаряемого

твердого вещества или жидкости (парафин и др.). Задняя часть камеры  $B$  заполнена парами этого вещества, находящимися в равновесии с пленкой при температуре камеры. В местах нагрева мембраны падающим излучением пленка испаряется, что может быть обнаружено тем или иным способом. Один из способов, примененный впервые Черни при изучении далеких инфракрасных спектров, сводится к тому, что испаряемая пленка наносится на прозрачную подложку. Эта подложка вместе с пленкой затем вынимается из камеры, прижимается к фотопластинке и освещается излучением, которое поглощается неиспарившейся пленкой. В тех местах, где пленка испарилась, излучение проходит и вызывает почернение фотопластинки. Таким образом на фотопластинке возникает обычный негативный снимок спектра.

Минимальная энергетическая освещенность, которую можно обнаружить с помощью эвапорографа, достигает  $10^{-5}$  Вт/см<sup>2</sup>, разрешающая способность — 1/10 мм и время формирования изображения — долей секунды.

## § 11. ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПРИЕМНИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Фотоэлектрические приемники излучения подразделяются на приемники, действующие на основе внешнего фотоэффекта и внутреннего фотоэффекта в полупроводниках. Последние могут быть еще подразделены на приемники с запирающим слоем и без него. Рассмотрим типы этих приемников раздельно.

**Приемники с внешним фотоэффектом.** Как известно, внешний фотоэффект наблюдается при освещении металлов, их сплавов и некоторых полупроводниковых соединений и сводится к вырыванию с их поверхности электронов. Энергия вырванных электронов  $eV$  определяется законом Эйнштейна:

$$eV = h\nu - A, \quad (11.1)$$

где  $\nu$  — частота света;  $h$  — постоянная Планка;  $A$  — работа вырывания электрона из вещества. Из соотношения (11.1) следует, что внешний фотоэффект происходит лишь при частотах  $\nu > \nu_0$ , где

$$\nu_0 = \frac{A}{h}. \quad (11.2)$$

Обычно работу вырывания  $A$  выражают через потенциал  $V_0$ , определяемый равенством:  $A = eV_0$ . Тогда вместо (11.2) получим:

$$\nu_0 = \frac{eV_0}{h}. \quad (11.3)$$

При переходе к длинам волн  $\lambda = c/\nu$  имеем: внешний фотоэффект происходит лишь при освещении поверхности светом с длиной волны  $\lambda < \lambda_0$ , где по (11.3)

$$\lambda_0 = \frac{hc}{e} \frac{1}{V_0}.$$

Длина волны  $\lambda_0$  определяет красную границу фотоэффекта. Если  $V_0$  измерять в вольтах, а  $\lambda$  в нм, то предыдущее равенство примет вид

$$\lambda_0 [\text{нм}] = \frac{1240}{V_0 [\text{В}]}.$$

В табл. 3 приведены значения  $\lambda_0$  и  $V_0$  для ряда материалов.

Таблица 3

**Красная граница фотоэффекта**

Материал	$\lambda_0$ , нм	$V_0$ , В	Материал	$\lambda_0$ , нм	$V_0$ , В
Cs	900	1,4	Pt	190	6,7
Na	600	2,05	(NaK) Sb	670	1,9
Cu, Zn	300	4,1	Cs <sub>3</sub> Sb	600	2,05
Ni	250	4,9	[Ag] — Cs <sub>2</sub> O — Cs	1300	0,9

Нижняя строка таблицы относится к окислу Cs<sub>2</sub>O с избыточным металлическим цезием на серебряной подложке. Такая поверхность имеет красную границу фотоэффекта, лежащую в инфракрасной области приблизительно при 1300 нм. Для большинства чистых металлов  $\lambda_0$  приходится на ультрафиолетовую область.

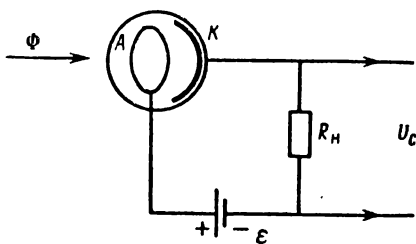
Фотоэлектрический приемник — фотозлемент — обычно представляет собой вакуумную колбу, на одну из стенок которой наносится светочувствительный слой  $K$  (фотокатод) и внутри располагается анод  $A$ . Фотоэлемент включается в цепь (рис. 35) с источником электродвижущей силы  $\mathcal{E}$  и сопротивлением  $R_H$ . При падении на катод светового потока  $\Phi$  в цепи возникает ток  $i_\Phi$ , и на концах сопротивления  $R_H$  появляется разность потенциалов  $U_C = i_\Phi R_H$ , которая измеряется тем или иным способом. При постоянном световом потоке  $\Phi$  сила тока  $i_\Phi$  зависит от разности потенциалов  $U_A$  между катодом и анодом. При возрастании  $U_A$  для вакуумных фотоэлементов ток  $i_\Phi$  сперва увеличивается, а затем принимает постоянные значения (ток насыщения). Разность потенциалов  $U_A$ , при которой устанавливается ток насыщения, зависит от величины потока  $\Phi$  и от геометрии фотоэлемента; обычно она лежит в интервале 50—100 В. Далее под  $i_\Phi$  мы будем подразумевать ток насыщения.

Основной характеристикой фотокатода является его квантовый выход  $\eta$ , равный отношению числа вырванных фотоэлектронов  $n$  к числу падающих на поверхность фотокатода квантов света  $N$

$$\eta = \frac{n}{N}. \quad (11.4)$$

Для данного материала фотокатода квантовый выход  $\eta$  зависит от частоты  $\nu$ , угла падения света и характера его поляризации. В дальнейшем мы будем считать, что свет не поляризован и падает на освещаемую поверхность нормально.

Квантовый выход  $\eta$  равен нулю для  $\nu < \nu_0$ , затем он более или менее быстро возрастает. Вообще говоря,  $\eta$  обнаруживает сложную зависимость от  $\nu$  и может характеризоваться наличием нескольких максимумов. Таким образом, внешний фотоэффект весьма селективен по отношению к частоте (длине волны) падающего света.



Для монохроматического потока  $d\Phi_\nu$  имеем:  $d\Phi_\nu = h\nu dN$ , что позволяет переписать равенство (11.4) в виде

$$dn = \frac{\eta(\nu)}{h\nu} d\Phi_\nu.$$

Отсюда для фототока  $di_\Phi$  получаем

$$di_\Phi = e dn = \eta(\nu) \frac{e}{h\nu} d\Phi_\nu, \quad \text{или}$$

$$di_\Phi = s(\nu) d\Phi_\nu. \quad (11.5)$$

Величина

$$s(\nu) = \frac{e}{h\nu} \eta(\nu) \quad (11.6)$$

носит название спектральной чувствительности фотокатода. Если перейти от частот к длинам волн, то получим

$$s(\lambda) = \frac{e\lambda}{hc} \eta(\lambda). \quad (11.7)$$

На рис. 36 представлена зависимость  $s(\lambda)$  от  $\lambda$  для кислородно-цезиевого фотокатода  $[\text{Ag}]-\text{Cs}_2\text{O}-\text{Cs}$ . Для чистых металлов квантовый выход  $\eta(\lambda)$  для видимой и близкой ультрафиолетовой части спектра не превышает нескольких сотых и только в области более короткого ультрафиолета достигает значений  $\sim 0,20$  (рис. 37). Для сурьмяно-цезиевого ( $\text{Cs}_3\text{Sb}$ ) фотокатода  $\eta \cong 0,20 \sim 0,30$  в области около 450 нм.

При освещении фотокатода интегральным световым потоком  $\Phi = \int_0^\infty f_\lambda d\lambda$  возникает фототок  $i_\Phi$ , равный

$$i_\Phi = \int_0^\infty s(\lambda) f_\lambda d\lambda. \quad (11.8)$$

Отношение  $S = i_\Phi / \Phi$  называется интегральной чувствительностью фотокатода. Выражается  $S$  в А/Вт. Воспользовавшись для  $i_\Phi$  выражением (11.8) и выразив инте-

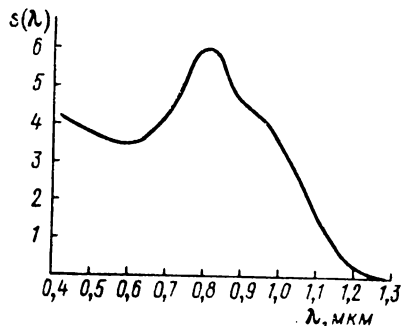


Рис. 36. Спектральная чувствительность кислородно-цезиевого фотокатода.

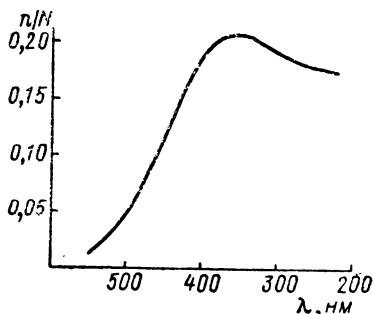


Рис. 37. Зависимость квантового выхода от длины волны.

гральный световой поток  $\Phi$  также через спектральную плотность потока  $f_\lambda$ , получим

$$S = \frac{\int_0^\infty s(\lambda) f_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty f_\lambda d\lambda}. \quad (11.9)$$

Ее численное значение, очевидно, зависит не только от материала фотокатода, но и от спектрального состава потока  $\Phi$ . Обычно интегральную чувствительность фотокатодов относят к излучению абсолютно черного тела при  $T = 2900$  К.

Световой поток можно измерять также в световых единицах — люменах (§ 8). Тогда по формуле (8.1) получим для чувствительности фотокатода:

$$S = \frac{\int_0^\infty s(\lambda) f_\lambda d\lambda}{683 \int_0^\infty \varphi(\lambda) f_\lambda d\lambda},$$

где  $\varphi(\lambda)$  — функция видности. В этом случае  $S$  измеряется в А/лм или в мкА/лм. В зависимости от материала значения  $S$  колеблются от 50 до 250 мкА/лм.

Из выражения (11.9) следует, что фототок в вакуумных фотоэлементах *линейно зависит от светового потока  $\Phi$  при данном спектральном составе*. Также и измеряемый сигнал  $dU_C$  линейно зависит от величины светового потока. В самом деле, так как  $dU_C = R_H di_\Phi$ , то по (11.9) имеем

$$dU_C = R_H S d\Phi.$$

Отступления от линейности могут происходить за счет возникновения в фотоэлементе объемных и поверхностных электрических зарядов. Возможны изменения свойств фотокатода под влиянием освещения, сводящиеся к понижению чувствительности или смещению красной границы. При очень больших освещенностях фотокатода возникает отступление от линейности за счет двухфотонных процессов. При измерении слабых световых потоков заметно наличие темнового тока. Это явление заключается в том, что  $i_\Phi \neq 0$  при  $\Phi = 0$  за счет термоэмиссии с катода и проводимости стекла.

Постоянная времени фотоэлемента определяется временем пролета электронов между фотокатодом и анодом и для обычных фотоэлементов составляет  $3 \div 5$  нс; разброс времени пролета  $\sim 0,3$  нс. В табл. 4 приведены данные для ряда употребляемых вакуумных фотоэлементов.

Т а б л и ц а 4

Вакуумные фотоэлементы

Марка	Фотокатод	Область чувствительности, нм	$\lambda_{m'}$ , нм	$S$ , мкА/лм	Темновой ток $i_{\text{тем}}$ при 18 °С
ЦВ-3 . . . . .	Ag—O—Cs	400—1100	800	20	$1 \cdot 10^{-7}$
СЦВ . . . . .	Sb—Cs	400— 600	440	80—140	$1 \cdot 10^{-8}$
Ф1 . . . . .	Sb—Cs	215— 600	380	70—130	$1 \cdot 10^{-11}$
Ф3 . . . . .	Bi—Ag—O—Cs	400— 750	500	40—130	$1 \cdot 10^{-9}$
Ф5 . . . . .	Ag—O—Cs	400—1100	800	10— 25	$1 \cdot 10^{-10}$

**Приемник с внутренним фотоэффектом (фотосопротивления).** Устройство приемников этого типа (фотосопротивления, фоторезисторы) основано на изменении сопротивления полупроводников под влиянием освещения. Наиболее употребительными являются следующие полупроводниковые соединения: PbS, PbSe, PbTe, Bi<sub>2</sub>S, Ti<sub>2</sub>S, CdS, InSb, а также Se и Ge с примесями Au, Cu, Zn и других металлов.

Изменение сопротивления полупроводников под влиянием света происходит в результате внутреннего фотоэффекта. Полу-

проводники характеризуются наличием энергетических зон — валентной и проводимости, между которыми лежит запрещенная зона (рис. 38, а). Валентная зона заполнена электронами. Под влиянием излучения, энергия фотонов которого  $h\nu$  больше энергетической ширины запрещенной зоны, происходит внутренний фотоэффект — электрон переводится из валентной зоны в зону проводимости. В результате появляется пара — свободный электрон в зоне проводимости и «дырка» в валентной зоне. Это ведет к увеличению удельной электропроводности полупроводника на величину

$$\sigma_{\Phi} = e\Delta n (\mu_n \tau_n + \mu_p \tau_p), \quad (11.10)$$

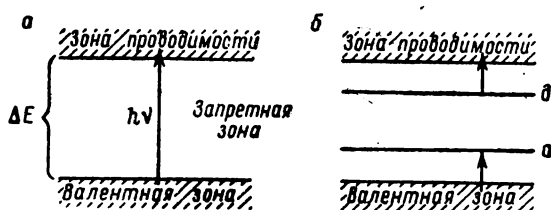


Рис. 38. Схема переходов в полупроводниках.  
а — между валентной зоной и зоной проводимости; б — между примесными уровнями.

где  $e$  — заряд электрона;  $\Delta n$  — число электронно-дырочных пар, возникающих под влиянием освещения в единицу времени в единице объема;  $\mu_n$  и  $\mu_p$  — подвижности электрона и дырки;  $\tau_n$  и  $\tau_p$  — времена их жизни. Если к освещенному полупроводнику приложить напряжение  $E$ , то в нем появится ток

$$i = i_{\text{темн}} + i_{\Phi} = E(\sigma_{\text{темн}} + \sigma_{\Phi}), \quad (11.11)$$

где  $i_{\text{темн}}$  — темновой ток, возникающий в полупроводнике при отсутствии освещения. Темновая электропроводность  $\sigma_{\text{темн}}$  не зависит от освещения, фотопроводность  $\sigma_{\Phi} = \beta\Phi$ , где  $\Phi$  — падающий световой поток. Таким образом, выражение (11.11) может быть переписано в виде

$$i = E(\sigma_{\text{темн}} + \beta\Phi). \quad (11.12)$$

Однако коэффициент  $\beta$  не постоянен, его величина зависит от потока  $\Phi$ , в результате чего для фотосопротивлений наблюдается отступление от линейной зависимости силы тока  $i$  от величины светового потока  $\Phi$ . В ряде случаев имеет место приближенное соотношение  $\sigma_{\Phi} = \beta'\sqrt{\Phi}$ , где коэффициент  $\beta'$  постоянен. При данном световом потоке  $\Phi$  линейная зависимость  $i$  от  $E$  выполняется хорошо, вплоть до больших значений  $E$ . Это означает, что для фотосопротивлений не обнаруживается тока насыщения.

Для того чтобы электроны могли быть переведены в полупроводнике из валентной зоны в зону проводимости, энергия фотонов  $h\nu$  должна, как сказано, превышать энергетическую ширину запрещенной зоны  $\Delta E$ . Отсюда следует, что внутренний фотоэффект, как и внешний, характеризуется наличием красной границы, определяемой равенством

$$\nu_0 = \frac{\Delta E}{h}, \quad \lambda_0 = \frac{ch}{\Delta E}.$$

Для большинства полупроводников  $\Delta E$  (энергия активации) имеет значение порядка  $1 \div 2$  эВ, чему соответствуют значения  $\lambda_0 \sim 1200 \div 600$  нм. Однако существуют так называемые примесные полупроводники, для которых энергия активации значительно меньше. Наличие примесей (атомов металлов и некоторых других элементов) ведет к появлению дополнительных энергетических уровней, расположенных между зонами валентной и проводимости (рис. 38, б). Эти уровни могут быть двух типов — донорный ( $\partial$ ) и акцепторный ( $a$ ). На донорном уровне имеются электроны, и они могут под влиянием света переводиться в зону проводимости. Акцепторный уровень не заполнен электронами, и на него могут переводиться электроны из валентной зоны, в результате чего в валентной зоне появляются дырки. В обоих случаях возникает фотопроводимость  $\sigma_f$ . Поскольку примесные уровни расположены близко от одной из зон, энергия активации с них оказывается малой. Так, для чистого кремния  $\Delta E = 1,05$  эВ, при наличии же примеси Al, Ga, P она соответственно снижается до 0,067; 0,071; и 0,046 эВ. Для чистого германия  $\Delta E = 0,62$  эВ; в случае же примеси Zn или Si она равна 0,029 и 0,040 эВ. Благодаря такой малой энергии активации примесные полупроводники пригодны для регистрации инфракрасного излучения вплоть до  $\lambda \sim 5\text{--}6$  мкм (PbSe, PbTe), а в случае германиевых фотосопротивлений — до еще более длинноволновой области.

Интегральная чувствительность фотосопротивлений очень велика, для CdSe она достигает 12 000 мкА/лм. Спектральная чувствительность  $\sigma_\lambda$  характеризуется наличием одного или двух максимумов и спадом в сторону как больших, так и малых длин волн (рис. 39, а, б). Обычно фотосопротивления изготавливаются в виде тонкого слоя полупроводника, наносимого на диэлектрическую подложку. К концам полупроводника подводятся электроды. Фотосопротивление  $R_f$  включается последовательно с нагрузочным сопротивлением  $R_n$  в цепь, содержащую источник электродвижущей силы  $\varepsilon$  (рис. 40). В качестве измеряемого сигнала используется разность потенциалов  $U_c$ , возникающая на концах сопротивления  $R_n$ .

Постоянная времени  $\tau$  фотосопротивлений сравнительно велика — порядка  $10^{-3} \sim 10^{-5}$  с. При использовании модулированного света чувствительность фотосопротивлений падает с увели-



чением частоты модуляции. Фотосопротивления обнаруживают значительную зависимость свойств от температуры. С понижением температуры снижается темновой ток  $i_{\text{темн}}$ , что ведет к повышению чувствительности и точности измерений. Для регистрации слабых световых потоков фотосопротивления охлаждаются вплоть до гелиевых температур. Недостатком фотосопротивле-

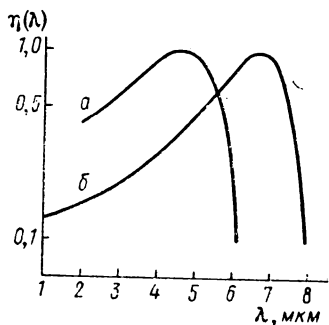


Рис. 39. Спектральная чувствительность фотосопротивлений при 71 К PbTe (а); PbSe (б).

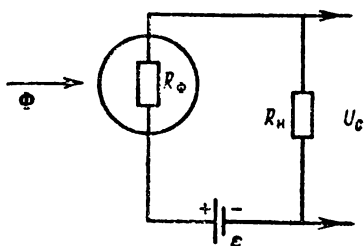


Рис. 40. Схема включения фотосопротивления.

ний является их старение, т. е. изменение их свойств со временем.

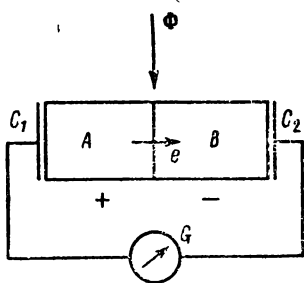


Рис. 41. Схема приемника с запирающим слоем.

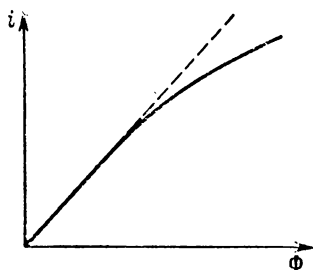


Рис. 42. Зависимость силы тока  $i$  от светового потока  $\Phi$  для купрокса.

**Приемники с запирающим слоем (вентильные фотоэлементы).** При освещении двух соприкасающихся полупроводников  $A$  и  $B$ , из которых один обладает электронной проводимостью, а другой — дырочной, возникает так называемый фотогальванический эффект. Он обусловлен тем, что граница между такими полупроводниками пропускает электроны в одном направлении, а дырки — в другом ( $pn$ -переход). В результате

появившиеся под влиянием света в электронном полупроводнике *A* (рис. 41) свободные электроны, диффундируя к границе, проникают в дырочный полупроводник *B*. Дырки же, появившиеся в полупроводнике *B*, проникают в полупроводник *A*. Электронный полупроводник *A* заряжается положительно, а дырочный *B* — отрицательно. Если к обоим полупроводникам подвести электроды  $C_1$  и  $C_2$  и замкнуть цепь, то в ней возникнет ток, который может быть измерен гальванометром *G*. Запирающий слой, пропускающий электроны в одном направлении, а дырки — в другом, может возникнуть также на границе полупроводник — металл.

Типичным примером твердого фотоэлемента с запирающим слоем служит медно-закисный фотоэлемент (купрокс). Он состоит из тонкой пленки закиси меди ( $Cu_2O$ ), нанесенной на медную подложку. Интегральная чувствительность медно-закисного фотоэлемента достигает 100 мкА/лм, его спектральная чувствительность имеет два максимума (около 0,6 и 0,8 мкм), его длинноволновая граница лежит около 1,2 мкм. Зависимость силы тока  $i$  от светового потока отступает от линейной (рис. 42).

Благодаря своей высокой чувствительности и простоте (не требуется источник внешней эдс) фотоэлементы с запирающим слоем находят широкое применение. Они особенно удобны для малогабаритных переносных фотометров, например для фотометров, используемых в фотографии. Фотоэлементы с запирающим слоем используются также в схеме с внешним источником эдс, обратного направления по отношению к эдс, возникающей в фотоэлементе. При освещении фотоэлемента ток в цепи изменяется. Фотоэлементы такого типа называются фотодиодами. Материалами для фотодиодов часто служат германий и кремний. В зависимости от природы примеси эти элементы могут приобретать свойства электронных или дырочных полупроводников. Например, германий с примесью *Sb* обладает электронной проводимостью, а с примесью *Ga* или *In* — дырочной. Фотодиод может состоять из двух таких разных образцов германия или кремния. Интегральная чувствительность германиевого фотоэлемента достигает 3 мА/лм, его максимальная чувствительность приходится на область около 1,5 мкм, граница около 2,0 мкм.

**Приемники для короткого ультрафиолета.** Под коротким, или вакуумным, ультрафиолетом подразумевается спектральная область с длиной волны  $\lambda < 200$  нм, где начинает сказываться сильное поглощение воздухом. В этой же области поглощает и большинство твердых тел. Кварц прозрачен приблизительно до 180 нм, сапфир ( $Al_2O_3$ ) — до 140 нм, флюорит ( $CaF_2$ ) — до 125 нм, фтористый литий (LiF) — до 100 нм.

В принципе для регистрации коротковолнового излучения могут применяться как тепловые приемники, так и приемники с внешним фотоэффектом. Основная задача заключается в том, чтобы излучение дошло до светочувствительного элемента приемника. Внешний фотоэффект вызывается излучением сколь угодно малых длин волн — включая рентгеновскую область. Большим квантовым выходом в ультрафиолетовой области спектра характеризуются фотокатоды из  $\text{CuBe}$ ,  $\text{CuJ}$ ,  $\text{CsTe}$ ,  $\text{CsSb}$  и др. Область чувствительности таких фотоэлементов определяется прозрачностью применяемого окошка. Для коротковолнового участка спектра с длиной волны  $\lambda < 100$  нм используются фотоэлементы открытого типа, не отделенные от вакуумного спектрографа окошком. При этом к фотокатоду применяется требование стойкости при соприкосновении с воздухом, которое происходит при нарушении вакуума в спектрографе. Необходимой стойкостью в значительной мере обладает сплав  $\text{CuBe}$  (бериллиевая бронза). В области длин волн в десятки нм прозрачны очень тонкие металлические пленки ( $\text{Al}$ ,  $\text{Be}$ ,  $\text{Ag}$ ,  $\text{Au}$  толщиной  $\sim 1$  мкм). Для того чтобы пленка могла выдержать

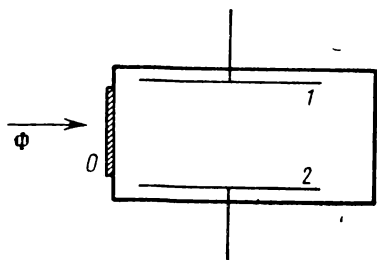


Рис. 43. Ионизационный детектор.

разность давлений, ее наносят на тонкую металлическую сетку.

Другой прием регистрации короткого ультрафиолета заключается в использовании люминофоров, т. е. веществ, которые, поглощая короткий ультрафиолет, сами начинают светиться в более длинноволновой области. Тонкий слой люминофора наносится на внешнюю сторону окошка. Даваемое им излучение проходит через окошко и попадает на фотокатод. В качестве люминофора обычно употребляется салициловокислый натрий, имеющий в широком спектральном диапазоне постоянный квантовый выход, близкий к единице. Могут применяться и некоторые органические вещества, например антрацен, коронен и др.

Для регистрации коротковолнового излучения используются также ионизационные детекторы. Ионизационная камера закрытого типа представляет собой трубку, снабженную входным окошком  $O$  (рис. 43). В трубку введены электроды 1 и 2, к которым приложена разность потенциалов  $V$ . Трубка заполняется газом, который ионизируется под влиянием входящего излучения. Если газ электроотрицателен (например,  $\text{NO}$ ), то фотоэлектроны захватываются молекулами и в камере возникают пары ионов — положительных и отрицательных. Ускоренные электрическим полем, они достигают электродов; в цепи, замыкающей электроды, возникнет ток. При достаточной разности потенциалов между электродами ток достигает насыщения.

Поскольку по току насыщения можно найти число возникающих пар ионов, то при знании квантового выхода процесса фотоионизации газа камера может быть использована для абсолютного измерения мощности поглощенного монохроматического излучения.

Оксид азота (NO) применяется для регистрации излучения с  $\lambda < 130$  нм. Квантовый выход фотоионизации NO в области от 130 до 80 нм постоянен и равен приблизительно 80%. Для регистрации излучения с  $\lambda < 100$  нм пригодны инертные газы, квантовый выход для которых постоянен и близок к единице. Благодаря постоянству квантового выхода ионизационная камера представляет собой неселективный приемник короткого ультрафиолетового излучения.

Для более длинноволновой области камера заполняется парами ксилола или какого-либо другого органического вещества. В коротковолновой области, где нет прозрачных материалов для окошек, работы ведутся с камерами открытого типа, в которые излучение непосредственно попадает через выходную щель вакуумного спектрографа.

Наряду с описанными камерами используются также камеры в виде счетчиков Гейгера, позволяющие регистрировать единичные импульсы от поглощаемых фотонов коротковолнового излучения (счетчики фотонов).

## § 12. УСИЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

Для повышения чувствительности приемников излучения поступающий от них сигнал усиливается с помощью того или иного приспособления. Эти усиливающие приспособления могут быть разделены на два типа: такие, которые непосредственно объединены с самим приемником, и такие, которые представляют собой добавочную систему. Рассмотрим различные типы усиленных систем в отдельности.

**Фотоэлектронные умножители (ФЭУ).** Эти приборы, предназначенные для усиления фототоков, были впервые предложены Г. А. Кубецким. Их действие основано на явлении вторичной электронной эмиссии, которое заключается в том, что из металлической поверхности под влиянием удара электронного пучка может быть выбито больше электронов, чем их попало на поверхность. Если в вакууме на металлическую поверхность падает электронный пучок, сила тока в котором равна  $i_0$ , то ток насыщения  $i$  с этой поверхности равен:

$$i = i_0 \sigma; \quad (12.1)$$

$\sigma$  носит название коэффициента вторичной эмиссии; если  $\sigma > 1$ , то имеем место усиление тока. Значение  $\sigma$  зависит от природы поверхности, скорости первичных электронов и угла

их падения на поверхность. Для чистых металлов значения  $\sigma$  лежат в интервале от 0,5 до 1,8; для сплавов и сложных поверхностей (CuMg, CuBe, CsSb, оксидно-цезиевый слой и т. д.) они больше  $\sim 3-10$ .

На принципе вторичной эмиссии строятся приборы, в которых усилительная часть объединена с первичным фотокатодом в одной трубке. В таком виде они известны под названием *фотоэлектронных усилителей*, или, сокращенно, *ФЭУ*. Схема прибора изображена на рис. 44, где  $K$  — фоточувствительный катод, с которого падающим светом вырываются фотоэлектроны. Под влиянием приложенного электрического поля они ускоряются в направлении к электроду  $b_1$ . Благодаря вторичной эле-

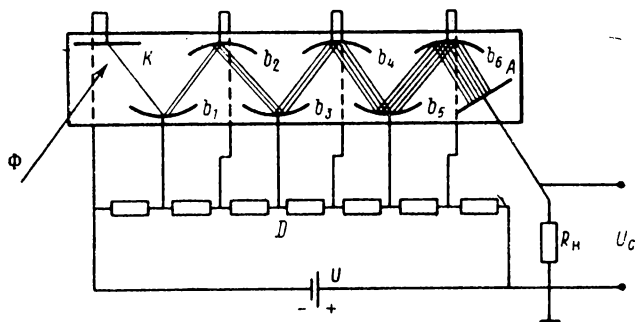


Рис. 44. Фотоэлектронный усилитель.

ктронной эмиссии с электрода  $b_1$  срывается больше электронов, чем на него упало. Возникшие электроны вновь ускоряются по направлению к следующему электроду  $b_2$  и т. д. Электроды  $b_1, b_2, b_3 \dots$  носят название *динодов*. Им обычно придается вогнутая ковшеобразная форма, чтобы фокусировать все вторичные электроны, вылетающие из данного динода, на следующем. Напряжение на диноды подается от делителя напряжения  $D$ , который приключается к источнику электродвижущей силы  $U$ . Если общее число динодов равно  $k$ , то анодный ток  $i_a$  равен:

$$i_a = i_0 \sigma^k, \quad (12.2)$$

где  $i_0$  — первичный фототок, вызываемый световым потоком, падающим на катод  $K$ . Измеряемый сигнал  $U_c$  снимается с концов нагрузочного сопротивления  $R_n$ . Фотоэлектрические умножители изготавливаются с разным числом усилительных каскадов (с разным числом динодов  $b$ ), вплоть до  $k=12$  и больше. Усиление может достигать величины  $10^6$  и больше. Линейная зависимость силы анодного тока от светового потока выполняется для  $i_a$  приблизительно до 100 мкА.

В качестве материала для фотокатода  $K$  используются, как и в обычных вакуумных фотоэлементах, сурьмяно-цезиевые, оксидно-цезиевые и другие пленки. Распространены ФЭУ с полу-

прозрачным фотокатодом, нанесенным на торцовую поверхность трубки. Чувствительность ФЭУ достигает 100 А/лм, порог чувствительности  $\sim 1,5 \cdot 10^{-15}$  Вт. Большая крутизна импульса сигнала делает ФЭУ пригодными для изучения быстропеременных процессов. Их разрешающая сила по времени достигает нескольких нс. Чувствительность ФЭУ, как и обычных фотозlementов, селективна по отношению к спектральному составу излучения.

В табл. 5 приведены данные о некоторых употребительных типах ФЭУ.

Таблица 5

Параметры ФЭУ

Тип	Число каскадов	Область чувствительности, нм	Анодный ток, А/лм	Порог чувствительности, лм·Гц <sup>-1/2</sup>	Длительность фронта импульса, нс	Темновой ток, А
ФЭУ-17 . .	13	300 ÷ 600	10	$1 \cdot 10^{-12}$	3	$2 \cdot 10^{-9}$
ФЭУ-28 . .	11	400 ÷ 1100	1	$7 \cdot 10^{-11}$	4	$7 \cdot 10^{-8}$
ФЭУ-32 . .	11	300 ÷ 800	1	$5 \cdot 10^{-12}$	4	$3 \cdot 10^{-9}$
ФЭУ-62 . .	11	400 ÷ 1200	1	$4 \cdot 10^{-11}$	3	$2 \cdot 10^{-8}$
ФЭУ-79 . .	11	300 ÷ 830	100	$3 \cdot 10^{-13}$	3	$3 \cdot 10^{-9}$

**Электронно-оптический преобразователь (ЭОП).** Электронно-оптический преобразователь (сокращенно ЭОП) представляет собой прибор, предназначенный для усиления яркости изобра-

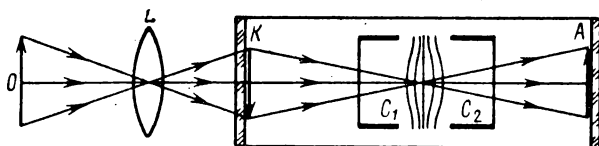


Рис. 45. Электронно-оптический преобразователь.

жения и одновременного преобразования спектрального состава излучения. Он представляет собой вакуумный прибор (рис. 45), на одном конце которого за входным окошком располагается фотокатод  $K$  в виде тонкой пленки. На фотокатод с помощью линзы  $L$  отбрасывается действительное изображение светящегося объекта  $O$ . С поверхности фотокатода испускаются электроны («на просвет»), которые ускоряются электростатическим полем  $E$  по направлению к экрану  $A$ . По дороге электроны пролетают через электростатические линзы  $C_1$  и  $C_2$  и фокусируются на экране. Поверхность экрана покрывается слоем вещества, люминесцирующего под влиянием электронного удара. В результате в плоскости  $A$  получается изображение объекта  $O$ . Слой люминесцирующего вещества покрывается тон-

кой пленкой алюминия, прозрачного для электронов, цель которой — защитить катод  $K$  от света люминесценции. Наблюдение изображения производится через выходное окошко, расположенное непосредственно за экраном.

Фотокатоды употребляются сурьмяно-цезиевые, оксидно-цезиевые и т. д. Люминесцирующей пленкой для видимого излучения служит слой  $ZnS$ . Яркость свечения пленки зависит от числа эмитированных фотокатодом электронов и от их скорости. Последняя задается разностью потенциалов, приложенной между фотокатодом  $K$  и экраном  $A$ . При достаточно большой скорости каждый электрон, ударяющий о люминесцирующий слой, вызывает испускание нескольких фотонов. Таким образом, система действует как усилитель. Спектральный состав излучения экрана  $A$  определяется природой люминесцирующего слоя и скоростью электронов. Он не зависит от спектрального состава света, падающего на фотокатод. Это позволяет преобразовывать инфракрасное или ультрафиолетовое излучение в видимое.

Коэффициентом преобразования ЭОП называется величина

$$G_p = \frac{\Phi'}{\Phi_0},$$

где  $\Phi_0$  — энергетический поток, падающий на катод, а  $\Phi'$  — излучаемый экраном. Он определяется чувствительностью фотокатода и величиной выхода экрана, т. е. отношением излучаемого потока  $\Phi_0$  к энергии падающих на него электронов. Можно также характеризовать ЭОП коэффициентом усиления яркости изображения:

$$G_B = \frac{B'}{E},$$

где  $B'$  — яркость изображения на экране,  $E$  — освещенность фотокатода.

Для увеличения усиления используются многокамерные электронно-оптические преобразователи. В них непосредственно на люминесцирующий слой наносится светочувствительный слой, служащий фотокатодом для последующей камеры. Коэффициент усиления многокамерных ЭОП достигает  $10^5 \sim 10^8$ . Такое большое усиление позволяет наблюдать на люминесцирующем экране вспышку от одного электрона, вырванного из первого фотокатода.

Путем включения в систему добавочных электродов, отклоняющих пучок электронов, можно производить временную развертку изображения. При этом удается достигнуть исключительно высокой разрешающей силы по времени, вплоть до  $10^{-13}$  с.

**Квантовые усилители.** Приборы этого типа усиливают световой поток раньше, чем он попадает на приемник. Они дейст-

вуют на том же принципе, что и лазеры. Действие последних, как известно, основано на существовании индуцированных переходов, благодаря которым при наличии инверсной заселенности, коэффициент поглощения  $\kappa$  становится отрицательным. Это означает, что поток  $\Phi_0$ , проходя через инверсную среду, не убывает, а усиливается по экспоненциальному закону

$$\Phi = \Phi_0 e^{\kappa' l}, \quad (12.3)$$

где  $\kappa' = -\kappa > 0$ .

Инверсная заселенность не может существовать в термодинамически равновесной среде, она должна поддерживаться за счет какого-либо внешнего селективного воздействия. В случае газовой среды инверсная заселенность обычно поддерживается за счет специально подобранных условий электрического разряда, в случае твердых тел — за счет оптического возбуждения. Как правило, инверсная заселенность осуществляется лишь по отношению к одной или немногим парам энергетических уровней. Усиление происходит только на тех частотах, которые соответствуют переходам между такими парами уровней. Это означает, что каждый данный квантовый усилитель пригоден для работы лишь на одной определенной частоте (или на немногих частотах). Исключение представляют усилители на красителях, характеризующихся широкой полосой инверсно заселенных уровней.

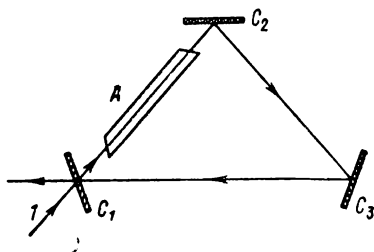


Рис. 46. Схема квантового усилителя.

Поток  $\Phi$  при достаточно больших мощностях заметно разрушает возбужденные состояния, в результате чего усиление происходит медленнее, чем по закону (12.3). Тем не менее при определенных условиях усиление может наблюдаться и при многократном прохождении пучка света через одну и ту же активную среду. На рис. 46 изображена схема, обеспечивающая такое многократное прохождение луча через усиливающую трубку А. Зеркало  $C_1$  полупрозрачно, зеркала  $C_2$  и  $C_3$  — сплошные. Эта схема аналогична схеме кольцевого лазера, но она должна работать в условиях, когда генерация не возникает, а имеет место лишь усиление входящего в нее луча 1.

Указанные особенности ограничивают круг задач, для решения которых используются квантовые усилители в оптической области. В радиочастотной же области квантовые усилители находят более широкое применение.

**Радиотехнические методы усиления.** Описание радиотехнических методов усиления не входит в план настоящего курса. Мы приведем лишь в качестве примера две простые усилитель-



ные схемы. На рис. 47 изображена схема мостикового усилителя постоянного тока. Сигнал  $U_c$ , поступающий от приемника излучения, подается на сетку усилительной лампы. Гальванометр  $G$  включен в мост, двумя плечами которого являются сопротивления  $R_2$  и  $R_3$ , а двумя другими — внутреннее сопротивление лампы и сопротивление  $R_1$ . Потенциометр  $R_4$  служит для компенсации постоянной составляющей темнового тока. Усиление по току такой схемы может достигать  $10^4$ .

На рис. 48 приведена схема узкополосного усилителя переменного тока. Световой поток, падающий на приемник, прерыв-

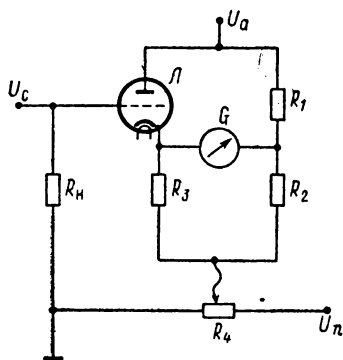


Рис. 47. Схема мостикового усилителя постоянного тока.

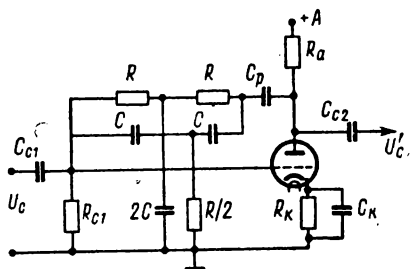


Рис. 48. Схема узкополосного усилителя переменного тока.

вается обтюратором с частотой  $f_0$ . Возникающий переменный сигнал  $U_c$  подается на резонансный усилитель, настроенный на частоту  $2f_0$ . Для снижения декремента затухания используется схема с отрицательной обратной связью. Усиленный сигнал  $U'_c$  может быть подан на второй каскад усилительной схемы. Преимущество усилителя на переменном токе заключается в том, что он слабо усиливает помехи, частота которых отлична от  $f_0$ .

Радиотехнические усилители часто употребляются вместе с усилителями, действующими на других принципах, например, сигнал, даваемый ФЭУ, добавочно усиливается ламповой схемой.

Современная усилительная техника доводит чувствительность приема до уровня флуктуационных колебаний (шумов). Очевидно, единичный сигнал может быть зарегистрирован лишь в том случае, когда его значение превышает уровень шумов (подробнее см. § 18). В случае многократно повторяющихся сигналов накопительные системы позволяют измерять сигналы и тогда, когда уровень каждого единичного сигнала ниже уровня шумов.

### § 13. ФОТОГРАФИЧЕСКАЯ ПЛАСТИНКА

Фотографическая пластинка как приемник излучения имеет ряд особенностей. Во-первых, почернение пластинки зависит от количества освещенности  $H$ , т. е. величины, равной произведению освещенности  $E$  на время  $t$ , в течение которого освещенность имела места. Таким образом, фотопластинка регистрирует другую фотометрическую величину, чем все рассмотренные нами ранее приемники излучения. Их действие определяется падающим на них световым потоком  $\Phi$ .

Фотопластинка обладает кумулятивным свойством: при данной освещенности  $E$  ее почернение возрастает со временем действия освещенности  $t$ . Это позволяет регистрировать и измерять очень малые освещенности за счет большого времени экспозиции.

Во-вторых, вызванное светом почернение сохраняется после обработки пластинки (проявление, фиксирование) долгое время без заметных изменений. Благодаря этому заснятая и обработанная фотопластинка представляет собой документ, который может длительно храниться, подвергаться повторным изучениям и т. д. Наконец, фотопластинка позволяет находить распределение освещенности на ее поверхности — она регистрирует отбрасываемое на нее изображение. Общее количество информации, которое можно одновременно зафиксировать на одной пластинке, очень велико.

Наряду с этими положительными свойствами фотопластинка характеризуется и рядом недостатков. Свойства фотографической эмульсии в большой степени зависят от метода ее изготовления. Степень почернения фотопластинки определяется не только количеством освещенности  $H$ , но и способом проявления. Процесс же проявления существенно зависит от состава проявителя, его температуры, концентрации, времени проявления и т. д. Стандартизовать процесс проявления очень трудно. Чувствительность и другие свойства неэкспонированных пластинок меняются со временем (старение пластинок). Все это затрудняет использование фотографического процесса для количественных измерений. Тем не менее начиная с конца прошлого столетия количественная фотографическая фотометрия стала успешно развиваться. Этот успех основывался на разработке методов, в которых применялась градуировка каждой данной пластинки.

Степень почернения обработанной фотопластинки характеризуется оптической плотностью  $D$ , которая равна десятичному логарифму величины, обратной пропусканию пластинки  $\tau$ . Для нахождения оптической плотности  $D$  обработанная фотопластинка просвечивается в данном месте потоком  $\Phi_0$  от постоянного источника света  $I$  (рис. 49). Поток  $\Phi'$ , прошедший через пластинку, измеряется с помощью того или иного приемника

(фотоэлемент, термопара и т. д.). Оптическая плотность определяется равенством:

$$D = \lg \frac{\Phi_0}{\Phi'} . \quad (13.1)$$

Свойства фотопластинки определяются характеристическими кривыми, которые строятся отдельно для двух случаев: а) зависимости  $D$  от освещенности  $E$  при данном времени экспозиции  $t$ ; б) зависимости  $D$  от времени экспозиции  $t$  при данной освещенности  $E$ . На рис. 50 представлена типичная характеристическая кривая (называемая также кривой почернения) для зависимости  $D$  от  $E$  при данном  $t$ . По оси

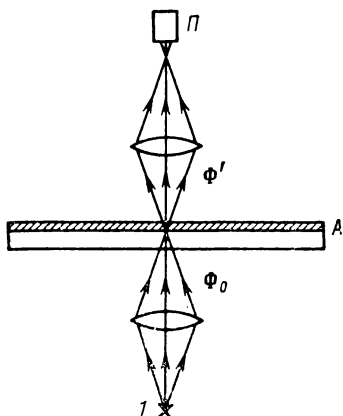


Рис. 49. Определение оптической плотности фотографической пластинки.

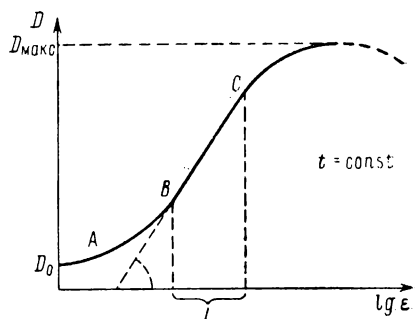


Рис. 50. Кривая почернения фотопластинки при постоянном времени экспозиции.

абсцисс отложены  $\lg E$ . Средняя часть кривой (область нормальных экспозиций) носит прямолинейный характер, для этой области справедливо соотношение:

$$D = \alpha + \gamma \lg E, \quad t = \text{const.} \quad (13.2)$$

Коэффициент  $\gamma$  носит название коэффициента контрастности. Его значения лежат для пластинок разных сортов в интервале  $0,75 \sim 2,5$ . Для особо контрастных пластинок  $\gamma$  может достигать значения 3,5. Для пластинок данного сорта  $\gamma$  зависит от способа проявления. Участок  $L$ , на котором имеет место линейная зависимость (13.2), определяет широту пластинки. Значение  $D_0$  соответствует в у а л и пластинки, возникающей в тех местах, которые не были освещены.

Часть кривой, лежащая правее точки  $C$ , относится к передержкам. Здесь плотность  $D$  медленно возрастает с освещенностью  $E$  и стремится к предельному значению  $D_{\text{макс}}$ . Возможен так называемый процесс соляризации, который заклю-

чается в том, что большие освещенности снижают степень почернения фотопластинки (пунктирная кривая).

Зависимость оптической плотности  $D$  от времени экспозиции  $t$  при заданном значении освещенности  $E$  выражается кривой (рис. 51), аналогичной кривой, дающей зависимость  $D$  от  $E$ . Здесь также имеется прямолинейная область, в пределах которой справедливо выражение

$$D = \alpha' + \gamma' \lg t, \quad E = \text{const.} \quad (13.3)$$

Существенно отметить, что коэффициент  $\gamma'$  не совпадает с коэффициентом  $\gamma$ , хотя и отличается от него обычно ненамного.

Обобщая закономерности (13.2) и (13.3), получим, что

$$D = \lg (cE^{\gamma}t^{\gamma'}), \quad (13.4)$$

где  $c$  — постоянная. Из соотношения (13.4) следует, что одинаковые плотности почернения пластинки возникают при выполнении равенства

$$E_1^{\gamma}t_1^{\gamma'} = E_2^{\gamma}t_2^{\gamma'}.$$

Другими словами, для того чтобы от двух разных освещенностей  $E_1$  и  $E_2$  получить равные плотности почернения  $D$ , надо взять времена экспозиций  $t_1$  и  $t_2$ , удовлетворяющие условию

$$\left(\frac{t_2}{t_1}\right)^p = \frac{E_1}{E_2}, \quad (13.5)$$

где  $p = \gamma'/\gamma$ . Коэффициент  $p$  носит название коэффициента Шварцшильда. Для обычных фотопластинок он несколько меньше единицы; если  $p = 1$ , то для получения равных плотностей  $D$  надо брать времена экспозиций  $t$ , обратно пропорциональные освещенностям  $E$ . Для того чтобы яснее представить себе роль коэффициента Шварцшильда  $p$ , сопоставим относительные времена экспозиций  $t$ , которые надо взять для получения одинаковых плотностей почернения фотопластинки  $D$  от освещенностей, меняющихся в интервале  $1 \div 0,001$ . Относительные значения  $t$  приведены для  $p = 0,9$  и  $p = 1$ .

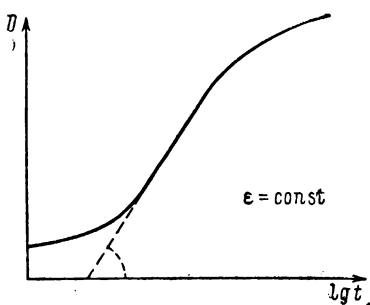


Рис. 51. Кривая почернения фотопластинки при постоянной освещенности.

Относительные значения $E$	$p = 0,9$	$p = 1$
1	1	1
1/10	13	10
1/100	170	100
1/1000	2100	1000

Как видно, при уменьшении освещенности в 1000 раз надо увеличить (при  $p=0,9$ ) время экспозиции  $t$  вдвое больше, чем в случае, когда выполняется простая обратная пропорциональность времен экспозиции  $t$  освещенностям  $E$ . Существуют фотопластинки, для которых  $p>1$ . Очевидно, они особенно пригодны для регистрации слабых освещенностей.

Из сказанного следует, что не существует однозначной зависимости оптической плотности фотопластинки  $D$  от количества освещенности  $H$  (такая зависимость имела бы место при  $p=1$ ). Тем не менее в практической денситометрии принято строить характеристическую кривую для фотопластинок в координатах  $D, \lg H$ . При этом фиксируется время экспозиции  $t$  как величина, лежащая в интервале 0,1—0,01 с. Светочувствительность фотопластинки по ГОСТу определяется равенством

$$S = \frac{1}{H_{кр}},$$

где  $H_{кр}$  представляет собой количество освещенности в люкс  $\times$  сек, соответствующее ординате характеристической кривой  $D=D_0+0,2$  (рис. 52), т. е. ординате, лежащей на 0,2 выше плотности вуали.

Все указанные свойства фотопластинок носят интегральный характер, т. е. относятся к случаю освещения фотопластинки белым светом. В действительности фотопластинки проявляют селективность по отношению к спектральному составу излучения. Как коэффициент контрастности  $\gamma$ , так и чувствительность  $S$  зависят от длины волны  $\lambda$ . Можно ввести спектральную чувствительность фотопластинок, выделив узкий интервал длин волн  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  и положив  $S = s(\lambda)\Delta\lambda$ . Для обычных бромосеребряных фотоэмульсий зависимость  $\lg s(\lambda)$  от  $\lambda$  представляется кривой 1 на рис. 53. Она имеет максимум в синей части спектра около 450 нм и практически падает до нуля в оранжевой части около  $\lambda=600$  нм. Зависимость  $s(\lambda)$  от  $\lambda$  можно существенно менять, вводя в эмульсию специальные красители (сенсibilизация фотопластинок). Сенсibilизация снижает чувствительность в области максимума, но расширяет диапазон длин волн, к которым пластинка чувствительна. Кривая 2 на рис. 53 относится к панхроматическим пластинкам, чувствительным до области  $\lambda=800$  нм. Возможно изготовление фотопластинок, чувствительных к инфракрасной области спектра вплоть до  $\lambda=1,2$  мкм.

Бромистое серебро чувствительно к излучению сколь угодно коротких длин волн, вплоть до рентгеновских лучей. Однако обычная фотопластинка чувствительна к ультрафиолетовой части спектра лишь приблизительно до  $\lambda=180$  нм. Это вызвано поглощением ультрафиолетового излучения желатиной, в которой взвешены частицы бромистого серебра. Для того чтобы увеличить чувствительность в области короткого ультрафиоле-

та, изготавливают пластинки с эмульсией, содержащей очень малое количество желатины (шумановские пластинки). Возможно также повышение чувствительности к ультрафиолету обычных фотопластинок путем нанесения на них тонкого слоя люминесцирующего вещества (салицилового натрия).

Значение коэффициента Шварцшильда зависит от длины волны  $\lambda$ , причем для ультрафиолета  $p$  стремится к единице.

Из других свойств фотопластинок необходимо отметить существование зерна в фотоэмульсии. В результате проявленное зерно может почернеть как целое. Этим определяется конечная пространственная разрешающая сила фотопластинок. Размер зерна в обычных фотоэмульсиях ра-

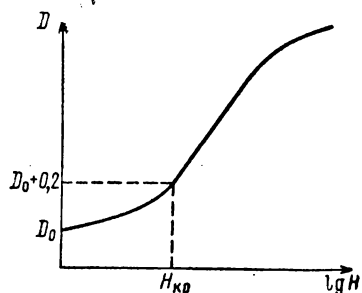


Рис. 52. К определению чувствительности фотопластинки по ГОСТу.

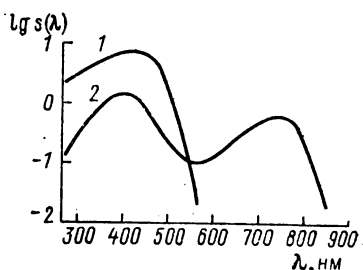


Рис. 53. Кривые спектральной чувствительности фотопластинок.

1 — несенсибилизированная фотопластинка; 2 — панхроматическая фотопластинка.

вен несколькими мкм. Благодаря этому обычная фотопластинка разрешает не более 100 штрихов на 1 мм. Существуют специальные (малочувствительные) фотопластинки, разрешающие до 2000 штрихов на 1 мм и более.

Количественное сравнение освещенностей с помощью фотопластинок производится, как было сказано, методом градуировки каждой данной пластинки. На фотопластинку наносятся марки почернения. Обычно это достигается путем применения светофильтров. Весьма удобны ступенчатые светофильтры, состоящие из ряда полосок с известными пропусканиями  $\tau_k$ . Фильтры освещаются равномерным потоком, и на фотопластинке возникает ряд почерневших мест («марок», рис. 54), вызванных освещенностями, отношения которых  $E' : E'' : E''' \dots$  известны. Измеряемые освещенности  $E_1$  и  $E_2$  вызывают на двух соседних участках  $a$  и  $b$  той же пластинки почернения при равных временах экспозиций. С тем же временем экспозиции должны сниматься и «марки» почернения.

После обработки пластинки по маркам почернения строится характеристическая кривая (градуировочная кривая, рис. 55). По этой кривой, по плотностям  $D_1$  и  $D_2$  соответствующим почернениям на участках  $a$  и  $b$ , находится искомое отношение освещенностей  $E_1$  и  $E_2$ . Если плотность  $D_1$  и  $D_2$  приходится на прямолинейную часть кривой, то

$$\lg \frac{E_1}{E_2} = \lg E_1 - \lg E_2 = \frac{1}{\gamma} (D_1 - D_2).$$

Нанесение марок почернения на ту же пластинку, на которой получают почернения от измеряемых освещенностей  $E_1$  и  $E_2$ , исключает ошибки, связанные с процессом проявления. В прин-

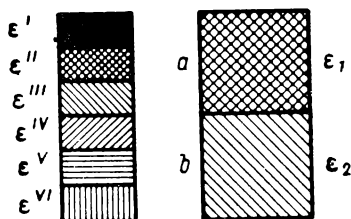


Рис. 54. Марки почернения  $E'$ ,  $E''$ ,  $E'''$  и области почернения  $a$  и  $b$  от измеряемых освещенностей  $E_1$  и  $E_2$ .

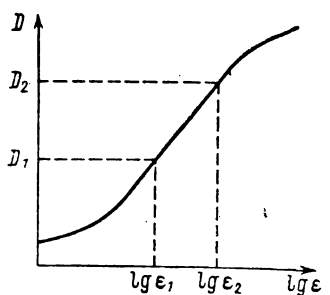


Рис. 55. Определение отношения освещенностей  $E_1$  и  $E_2$  по кривой почернения.

ципе можно работать и по одному графику, используя пластинки одинакового сорта. Но это требует хорошей стандартизации процесса проявления, чего достичь трудно.

Точность фотографической фотометрии может быть доведена до  $1 \div 2\%$ . Ввиду селективности свойств фотопластинки указанные методы годятся лишь для решения задач монохромной фотометрии. Способы решения задач гетерохромной фотометрии описаны в дальнейшем.

#### § 14. ВИЗУАЛЬНЫЕ ФОТОМЕТРЫ

Фотометры — приборы, служащие для измерения освещенностей, яркостей и других фотометрических величин, — делятся на два класса: визуальные фотометры и фотометры, в которых используются объективные методы регистрации света.

Визуальные фотометры строятся по нулевому методу, так как глаз способен лишь устанавливать одинаковость освещенностей.

Простейший визуальный фотометр Бунзена состоит из двух направляющих  $a$  и  $b$ , вдоль которых могут перемещать-

ся изучаемые источники света  $I_1$  и  $I_2$  (рис. 56). Симметрично к ним расположены две одинаковые белые матовые пластинки 1 и 2. Свет, рассеянный от пластинок, наблюдается глазом  $O$ . Углы падения света на пластинки 1 и 2 равны друг другу:  $i_1 = i_2 = i$ .

Рассмотрим случай, когда источники  $I_1$  и  $I_2$  можно считать точечными. Тогда освещенности  $E_1$  и  $E_2$  пластинок 1 и 2 равны

$$E_1 = \frac{I_1 \cos i}{r_1^2}, \quad E_2 = \frac{I_2 \cos i}{r_2^2}, \quad (14.1)$$

где  $I_1$  и  $I_2$  — силы света источников. Путем перемещения одного из источников достигается равенство освещенностей, которое

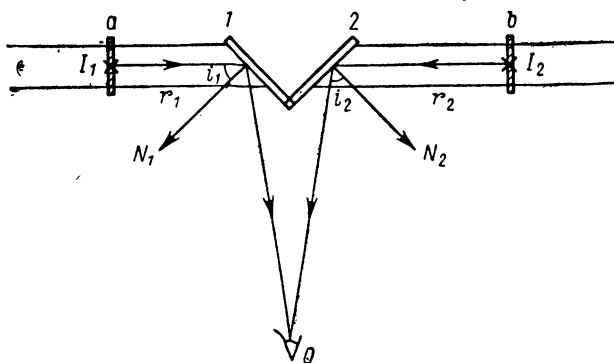


Рис. 56. Фотометр Бунзена.

констатируется глазом. При равенстве  $E_1 = E_2$  из выражений (14.1) получим

$$\frac{I_1}{I_2} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2.$$

Таким образом, по известному отношению  $r_1/r_2$  определяется отношение сил света обоих источников  $I_1/I_2$ . Расстояния  $r_1$  и  $r_2$  отсчитываются с помощью измерительных линеек, расположенных вдоль направляющих  $a$  и  $b$ .

Для выполнения равенств (14.1) важно отсутствие рассеянного света. Поэтому весь фотометр должен быть окружен хорошо поглощающими занавесями или стенками.

В качестве второго примера использования фотометра Бунзена рассмотрим измерение отношения яркостей  $B_1$  и  $B_2$  двух источников света. Этими источниками должны быть малые равномерно светящиеся площадки  $\Delta S_1$  и  $\Delta S_2$ . Будем считать, что они расположены нормально к отрезкам  $r_1$  и  $r_2$ . Освещенности пластинок 1 и 2, по сказанному в § 2, равны

$$E_1 = \frac{B_1 \cos i_1 \Delta S_1}{r_1^2}, \quad E_2 = \frac{B_2 \cos i_2 \Delta S_2}{r_2^2}.$$



Источники снова перемещаются таким образом, чтобы освещенности  $E_1$  и  $E_2$  оказались равными. Тогда (при равенстве углов  $i_1 = i_2$ ) имеем

$$\frac{B_1}{B_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \frac{\Delta S_2}{\Delta S_1}, \quad (14.2)$$

Из равенства (14.2) видно, что для определения отношения яркостей  $B_1/B_2$  надо, кроме отношения расстояний  $r_1/r_2$ , еще знать отношение площадей светящихся площадок  $\Delta S_2/\Delta S_1$ .

Указанные методы визуальной фотометрии пригодны лишь для сравнения источников, излучения которых характеризуются

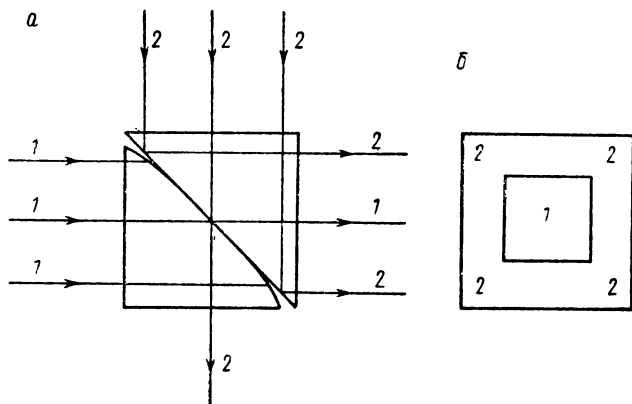


Рис. 57. Кубик Люмера-Бродхуна (а); сравниваемые поля освещенностей (б).

одинаковым спектральным составом, так как только в этом случае глаз позволяет надежно устанавливать равенство освещенностей.

Для более удобного и точного сравнения освещенностей двух смежных полей вместо матовых пластинок 1 и 2 используется призмная система, носящая название кубика Люмера—Бродхуна. Она состоит из двух прямоугольных призм А и В (рис. 57, а), у одной из которых (призма А) грань, соответствующая гипотенузе, оставлена плоской только в центре; края у нее сошлифованы. Призмы прижаты друг к другу так, что в месте соприкосновения они ведут себя, как однородное прозрачное тело (поставлены на «оптический контакт»). Пусть на кубик падают световые потоки 1 и 2. Поток 1 пройдет в месте контакта через кубик и выйдет направо. В тех местах, где грань призмы А сошлифована, лучи потока 1 рассеиваются в стороны. Поток 2 в месте контакта пройдет через кубик вниз. В остальных местах он испытает полное внутреннее отражение и выйдет направо. Благодаря этому направо выходят лучи из обоих пото-

ков, что позволяет одновременно наблюдать два освещенных поля. Эти два поля, соответствующие потокам 1 и 2, изображены на рис. 57, б для случая, когда место контакта между призмами имеет вид прямоугольника.

Общая схема фотометра с кубиком Луммера—Бродхуна приведена на рис. 58, где  $S_1$  и  $S_2$  — измеряемые источники,  $C$  — белый экран, одинаковый с обеих сторон,  $C'$  и  $C''$  — два других белых экрана,  $AB$  — кубик Луммера—Бродхуна,  $L$  — лупа,  $O$  — глаз наблюдателя. Центр кубика освещен лучами, идущими от

источника  $S_1$ , а его внешняя часть — лучами от источника  $S_2$ . Таким образом, поле, освещенное одним источником, окружает поле, освещенное другим, и при неравенстве освещенностей граница между ними резко выступает. При равенстве освещенностей граница пропадает.

Выравнивание освещенностей может достигаться не толь-

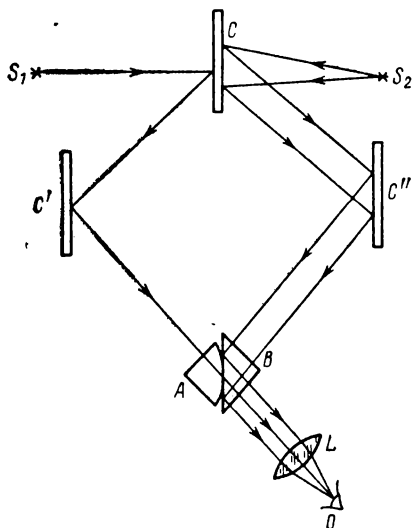


Рис. 58. Фотометр с кубиком Луммера—Бродхуна.

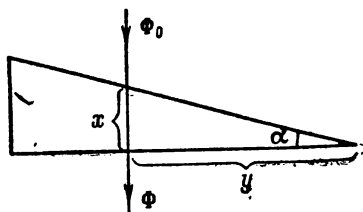


Рис. 59. Поглощающий клин.

ко изменением расстояний до источников, но и с помощью других приемов. Наиболее простым из них является способ сеток или пластинок с отверстиями. При равномерном распределении потока по сечению пучка ослабление произойдет в отношении  $\Delta S'/\Delta S$ , где  $\Delta S'$  — площадь просветов, а  $\Delta S$  — общая площадь сетки (пластинки). В случае сеток следует иметь в виду возможность отражения лучей от проволок сетки, а также возникновения дифракционных явлений при малости светлых ячеек. При отсутствии таких побочных явлений указанные ослабители неселективны — они ослабляют потоки в одинаковой мере, независимо от их спектрального состава. Для измерения надо иметь набор сеток, позволяющий достигать нужного ослабления потока.

Двумя другими распространенными ослабителями служат поглощающий клин и поляризационная система.

Поглощающий клин представляет собой клинообразную пластинку из однородного вещества с коэффициентом поглощения  $\kappa$  (рис. 59). Поток  $\Phi$ , проходящий через место клина, где его толщина равна  $x$ , определяется выражением:

$$\Phi = \Phi_0 (1 - r)^2 e^{-\kappa x};$$

здесь  $r$  — коэффициент отражения поверхностей клина. Замечая, что  $\kappa = y \operatorname{tg} \alpha$ , и вводя обозначение  $\kappa \operatorname{tg} \alpha = p$ , получим

$$\Phi = \Phi_0 (1 - r)^2 e^{-py}.$$

Отсюда для двух значений потока  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , прошедших через клин на расстояниях  $y_1$  и  $y_2$  от его ребра, найдем

$$\ln \frac{\Phi_1}{\Phi_2} = p (y_2 - y_1), \quad (14.3)$$

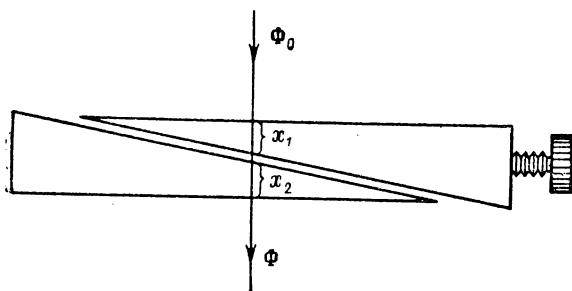


Рис. 60. Двойной клин.

где  $p$  — постоянная для данного клина. Таким образом, степень ослабления потока можно определять по формуле (14.3) по координатам  $y_2$  и  $y_1$ , на которые смещается клин. Недостатком этого способа является необходимость работать с узким пучком, так как только тогда месту прохождения потока через клин соответствует определенная толщина  $x$ . Избежать этого можно, употребляя два клина (рис. 60), перемещаемых друг относительно друга. На всем участке перекрытия клиньев их суммарная толщина  $x_1 + x_2$  постоянна.

Для того чтобы клин в одинаковой мере ослаблял потоки, независимо от их спектрального состава, коэффициент поглощения  $\kappa$  не должен зависеть от длины волны. Для видимой части спектра это достигается употреблением серых («нейтральных») стекол. Роль клина может также играть плоскопараллельная прозрачная пластинка, на которую нанесен тонкий поглощающий слой; коэффициент поглощения его равномерно возрастает от одного конца пластинки к другому. Таким слоем обычно бывает тонкий напыленный слой металла (платина).

Ослабление потока может производиться также с помощью двух скрещенных поляризующих систем (призмы Николя, поляроида и т. д.). Если плоскость поляризации двух та-

ких систем составляет угол  $\alpha$ , то прошедший через них световой поток

$$\Phi = \Phi_0 \cos^2 \alpha.$$

Меняя угол  $\alpha$ , можно менять в заданное число раз поток  $\Phi$ . Точность измерений (особенно при углах  $\alpha$ , близких к  $\pi/2$ ) снижается за счет света, рассеянного на различных неоднородностях в поляризующих системах (пузырьки, царапины и т. д.).

Рассмотрим фотометр Ульбрихта (шар Ульбрихта), служащий для измерения средней сферической силы света. Для этого предварительно решим следующую задачу: точечный источник  $I$  расположен в произвольном месте внутри сферы радиуса  $R$  (рис. 61). Внутренняя поверхность сферы выбелена равномерно рассеивающим материалом с коэффициентом рассеяния  $k$  (с выполнением закона Ламберта). Требуется определить полную освещенность на участке  $dS$  поверхности сферы, возникающую в результате как прямого падения света от источника на  $dS$ , так и падения на него света, многократно рассеянного внутри сферы.

Обозначим прямую освещенность от источника  $I$  на элементе поверхности  $dS$  через  $E_0$ . Тогда яркость этого элемента равна

$$B_0 = \frac{k}{\pi} E_0.$$

Добавочная освещенность в какой-либо точке  $M$  внутри сферы за счет света, рассеянного от площадки  $dS$ , равна

$$dE_1 = \frac{B_0 dS \cos i \cos i}{r^2}.$$

Так как  $r = 2R \cos i$ , то

$$dE_1 = \frac{B_0 dS}{4R^2} = \frac{k}{4\pi R^2} E_0 dS.$$

Добавочная освещенность в точке  $M$  от всех элементов сферической поверхности

$$E_1 = \frac{k}{4\pi R^2} \int_S E_0 dS,$$

но

$$\int_S E_0 dS = \int_{\Omega=4\pi} d\Phi = \Phi,$$

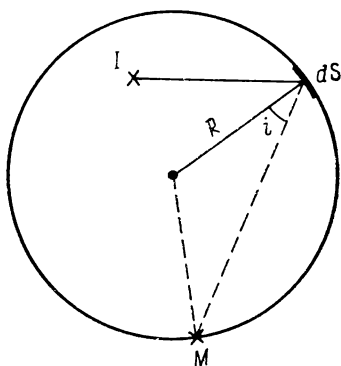


Рис. 61. К подсчету освещенности внутри сферы.

где  $\Phi$  — полный поток от источника  $I$ . Отсюда получаем, что добавочная освещенность в точке  $M$  за счет света, однократно рассеянного от всех элементов сферы, равна

$$E_1 = \frac{k}{4\pi R^2} \Phi. \quad (14.4)$$

Эта освещенность  $E_1$  в свою очередь вызовет вторичную добавочную освещенность в точке  $M$ . От одного элемента  $dS$  вторичная освещенность равна

$$dE_2 = \frac{k}{4\pi R^2} E_1 dS.$$

Вторичную добавочную освещенность  $E_2$  от всей поверхности получим, проинтегрировав это выражение:

$$E_2 = \frac{k}{4\pi R^2} E_1 \int_S dS = kE_1.$$

Аналогично для третичной, четвертичной и т. д. добавочных освещенностей найдем

$$E_3 = k^2 E_1, \quad E_4 = k^3 E_1, \text{ и т. д.}$$

Рис. 62. Фотометр Ульбрихта

Результирующая добавочная освещенность равна их сумме

$$E' = E_1 + E_2 + E_3 + \dots = E_1 (1 + k + k^2 + k^3 + \dots) = E_1 \frac{1}{1-k}.$$

Подставляя сюда вместо  $E_1$  его выражение по (14.4), получим

$$E' = \frac{k}{1-k} \frac{\Phi}{4\pi R^2}. \quad (14.5)$$

Полная же освещенность, складывающаяся из первичной освещенности  $E_0$  и вторичной  $E'$ , будет равна

$$E = E_0 + E' = E_0 + \frac{k}{1-k} \frac{I_0}{R^2}, \quad (14.6)$$

где  $I_0 = \frac{\Phi}{4\pi}$  — средняя сферическая сила света источника.

Для частного случая точечного источника, помещенного в центре сферы  $E_0 = \frac{I}{R^2}$ , и по (14.6)

$$E = \frac{1}{1-k} \frac{I}{R^2}. \quad (14.7)$$

Из последнего равенства видно, что роль рассеяния света при больших коэффициентах рассеяния очень велика. Так, при  $k=0,9$  по (14.7)  $E=10E_0$ .

Фотометр Ульбрихта представляет собой шар достаточно больших размеров, выбеленный внутри (рис. 62). Через малое отверстие  $b$  измеряется освещенность на площадке  $\Delta S$  на внутренней стенке фотометра. С помощью небольшой заслонки  $a$  достигается, чтобы на площадку  $\Delta S$  не падали прямые лучи от источника  $I$ . Тогда по формуле (14.5) по ее освещенности  $E'$  определяется средняя сферическая сила света источника

$$I_0 = \frac{\Phi}{4\pi} = \frac{1-k}{k} R^2 E'.$$

Фотометр Ульбрихта находит широкое применение в светотехнике, где важно знать среднюю сферическую силу света  $I_0$  используемых источников.

## § 15. ФОТОМЕТРЫ С ОБЪЕКТИВНЫМИ ПРИЕМНИКАМИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Фотометры с объективными приемниками излучения часто строятся также по нулевой схеме. Примером может служить дифференциальный фотометр, изображенный на рис. 63. Два одинаковых фотоэлемента  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  включены в плечи мостиковой схемы. При равенстве световых потоков  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , падающих на фотоэлементы, ток через гальванометр  $G$  равен нулю. При неравенстве потоков на пути одного из них располагается поглощающий клин  $K$ . Для того чтобы ток в гальванометре  $G$  снова отсутствовал, надо ослабить поток  $\Phi_2$  с помощью клина в  $k$  раз. При этом имеет место равенство:

$$\Phi_2/k = \Phi_1.$$

Таким образом измеряется отношение двух потоков  $\Phi_1/\Phi_2$ . Вместо вакуумных фотоэлементов можно использовать какие-либо другие приемники, например твердые вентильные фотоэлементы. К приемникам нет надобности предъявлять требование линейной зависимости их показаний от величины светового потока, так как измеряющим элементом фотометра является клин  $K$ . Последний часто заменяется другим ослабляющим приспособлением, например скрещенными поляризующими системами.

Вместо ослабления светового потока  $\Phi_2$  можно производить компенсацию тока в гальванометре  $G$  за счет изменения сопротивления одного из плеч мостика или за счет изменения прикладываемого к фотоэлементу напряжения. Приборы, действующие на таком принципе, носят название фотометров с электрической компенсацией.

В фотометрах прямого отсчета используется лишь один приемник. На рис. 64, а приведена схема фотометра с вакуумным фотоэлементом  $\Phi\mathcal{E}$ . Ввиду линейности вакуумных фотоэлементов величина светового потока  $\Phi$  определяется непосредственно по силе тока  $i$ . Применяется также компенсационный метод, для чего в цепь гальванометра вводится добавочное

сопротивление  $R'$  (рис. 64, б). Путем изменения этого сопротивления стрелка гальванометра доводится каждый раз до одной и той же метки. Движок сопротивления  $R'$  градуируется так, чтобы его показания давали величину светового потока  $\Phi$ . По такой схеме строятся фотографические экспонометры. В фотометрах, предназначенных для решения светотехнических задач, перед приемником ста-

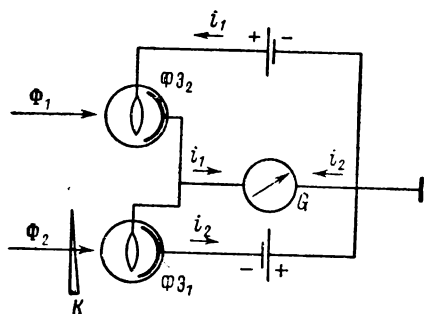


Рис. 63. Дифференциальный фотометр.

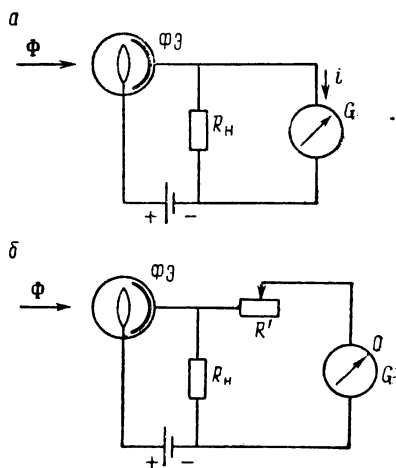


Рис. 64. Фотоэлектрический фотометр

а — прямого отсчета; б — с компенсирующим сопротивлением  $R'$ .

вится цветной фильтр, с помощью которого спектральная чувствительность приемника приближается к спектральной чувствительности глаза (к функции видности).

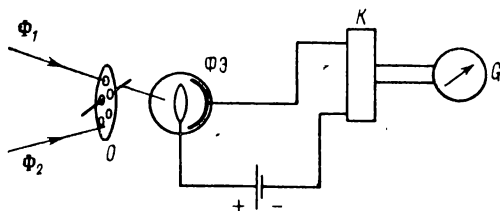


Рис. 65. Фотометр с поочередным сравнением двух потоков  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ .

Существуют также фотометры, в которых производится поочередное сопоставление сигналов от двух потоков. Схема такого фотометра дана на рис. 65. Вращающийся диск  $O$  с системой отверстий поочередно пропускает потоки  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , падающие затем на один и тот же приемник  $\Phi\mathfrak{Z}$ . В приемнике поочередно возникают сигналы  $i_1$  и  $i_2$ , соответствующие этим потокам. С помощью коммутатора  $K$  они подаются на регистрирующий прибор  $G$ . При медленной смене сигналов они могут наблюдаться

раздельно. Путем введения в один из потоков клина или другого ослабителя их можно выравнивать. Возможно также применение радиотехнической схемы, непосредственно измеряющей логарифм отношения обоих сигналов  $\ln \frac{i_1}{i_2}$ . При линейности фотоприемников это отношение равно логарифму отношению потоков:  $\ln \frac{\Phi_1}{\Phi_2}$ .

Все указанные методы измерений пригодны, во-первых, лишь для относительных измерений, а во-вторых, лишь для сравнения излучений одинакового спектрального состава (монохромная фотометрия). Абсолютные измерения, как было указано (§ 9), могут выполняться с помощью модели абсолютно черного тела, нагреваемого за счет поглощаемого излучения. Этот метод не обладает также селективностью, а потому пригоден и для сравнения мощностей излучений разного спектрального состава (гетерохромная фотометрия). Однако ввиду того, что модель абсолютно черного тела не может быть изготовлена очень миниатюрной, ее чувствительность незначительна, а постоянная времени велика. Кроме того, сама по себе она не позволяет определять спектральную плотность  $f(\lambda)$  потока  $\Phi$  (или, соответственно, спектральную плотность  $b(\lambda)$  яркости источника света и т. д.). Для определения любой из этих величин, например спектральной плотности потока  $f(\lambda)$ , необходимо выделить из общего излучения настолько узкий интервал длин волн  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ , чтобы в его пределах  $f(\lambda)$  могла считаться постоянной. Тогда, измерив поток  $\Delta\Phi = f(\lambda)\Delta\lambda$ , можно получить значение  $f(\lambda) = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\lambda}$ , соответствующее длине волны  $\lambda$ , лежащей в интервале  $\lambda_2, \lambda_1$ . Однако всякое приспособление, с помощью которого из общего потока  $\Phi$  выделяется его участок  $\Delta\Phi$  (фильтр, монохроматор), обладает селективностью, степень которой определить трудно. Поэтому задача обычно сводится к определению измеряемой фотометрической величины *по отношению к соответствующей величине, воспроизводимой с помощью источника с известными свойствами*. Таким источником является абсолютно черное тело, светимость которого и ее спектральная плотность для всего диапазона длин волн однозначно определяются его температурой (см. § 19). Реально используется либо модель абсолютно черного тела, либо какой-либо другой стандартизованный источник света, светимость которого сравнена со светимостью абсолютно черного тела (например, «бандлампа», см. § 21). Можно также с помощью излучения абсолютно черного тела учесть степень селективности данной фотометрической установки и произвести ее градуировку в абсолютной мере. Задачи гетерохромной фотометрии и метода абсолютных измерений будут разобраны дальше (ч. II).



## § 16. НЕКОТОРЫЕ ОБЩИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ

Всякое измерительное приспособление имеет свои особенности, которые необходимо учитывать при оценке точности и чувствительности измерений.

Остановимся прежде всего на том, что показание любого измерительного прибора устанавливается не мгновенно и спадает после выключения сигнала также в течение некоторого времени. Это свойство прибора характеризуется его постоянной времени, о которой мы уже упоминали выше. Определим теперь это понятие более подробно.

В § 10 мы видели, что в случае теплового приемника спад его температуры после прекращения действия излучения происходит по экспоненциальному закону. Если через  $t_0$  обозначить время отключения сигнала, то в момент времени  $t$  показание прибора  $U$  будет равно:

$$U = U_0 e^{-\kappa(t-t_0)}, \quad (16.1)$$

где  $\kappa$  — постоянная. Нарастание показания прибора  $U$  происходит по закону:

$$U = U_m (1 - e^{-\kappa t}), \quad (16.2)$$

где  $t$  — время, отсчитанное от момента включения сигнала,  $U_m$  — максимальное показание при данной мощности сигнала.

Предположим, что постоянный по величине сигнал действует в течение некоторого времени  $t_0$ , а затем отключается. Тогда в промежутке времени  $0 \leq t \leq t_0$  выполняется закон (16.2), а при  $t > t_0$  — закон (16.1). Общая зависимость показания  $U$  от времени приобретает характер, изображенный на рис. 66. Как видно, при  $t < t_0$  показание прибора возрастает, асимптотически приближаясь к своему максимальному (при данной мощности сигнала) значению  $U_m$ , а затем спадает по экспоненциальному закону.

Постоянную времени прибора  $\tau$ , характеризующую процессы нарастания и спада показания, можно определить двумя способами. По первому способу полагается  $\tau = \frac{1}{\kappa}$ , тогда из (16.2) следует, что за время  $t = \tau$  отношение  $U/U_m$  достигает величины, равной  $(1 - e^{-1}) \cong 0,63$ . Другими словами,  $\tau$  есть время, за которое показание прибора достигает 0,63 от своего максимального значения. В соответствии со вторым определением за постоянную времени  $\tau'$  принимается время, за которое отношение  $U/U_m$  достигает значения 0,9. Тогда по (16.2) имеем:  $1 - e^{-\kappa \tau'} = 0,9$ , откуда

$$\tau' = \frac{\ln 10}{\kappa} = \frac{2,30}{\kappa} = 2,3\tau. \quad (16.3)$$

Постоянная времени для разных приемников весьма различна. Для фотоэлемента с внешним фотоэффектом она, как указывалось, очень мала, порядка  $10^{-8}$  с. Для фотоизмерительных установок в целом, где надо учитывать роль регистрирующего приспособления (стрелка гальванометра, подвижная часть самописца), она может достигать  $1 \sim 2$  с и больше.

Второй вопрос, который мы рассмотрим в настоящем параграфе, относится к случаю периодически меняющихся сигналов. Как мы отмечали (§ 12), усилительные схемы, которые широко используются в фотометрических измерительных установках, по большей части действуют на переменном токе. Для этого падающее на приемник излучение модулируется с помощью того

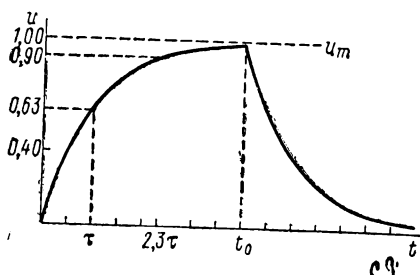


Рис. 66. Зависимость величины сигнала от времени.

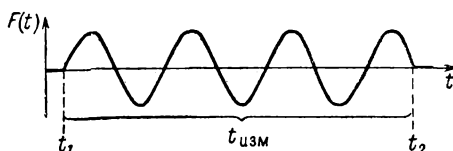


Рис. 67. Отрезок синусоиды.

или иного приспособления. Предположим, что модуляция носит периодический характер с частотой<sup>1</sup>  $f_0$ , но длится ограниченное время  $t_{изл.}$ . Падающее на приемник модулированное излучение представляет собой отрезок синусоиды (рис. 67). Пользуясь комплексным способом записи периодического процесса, получим, что излучение представляется функцией  $F(t)$ , имеющей значения:

$$\begin{aligned} F(t) &= a_0 e^{-2\pi i f_0 t} \quad \text{при } t_1 \leq t \leq t_2, \\ F(t) &= 0 \quad \text{при } t < t_1 \text{ и } t > t_2, \end{aligned} \quad (16.4)$$

где  $t_1$  и  $t_2$  — соответственно времена начала и прекращения действия излучения; разность  $t_2 - t_1 = t_{изл.}$ . Функцию  $F(t)$  можно с помощью преобразования Фурье представить как сумму бесконечного множества синусоид, длящихся бесконечно долго:

$$F(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_f e^{-2\pi i f t} df,$$

<sup>1</sup> Частоту модуляции мы обозначаем через  $f_0$  в отличие от частоты световых колебаний, которые обозначаются через  $\nu$ .

где спектральная плотность амплитуды

$$a_f = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) e^{2\pi i f t} dt. \quad (16.5)$$

В формуле (16.5) пределы интегрирования можно заменить через  $t_1$  и  $t_2$ , так как вне этого промежутка по (16.5) функция  $F(t) = 0$ . Тогда получим

$$a_f = \int_{t_1}^{t_2} a_0 e^{2\pi i (f-f_0) t} dt = a_0 \frac{e^{2\pi i (f-f_0) t_2} - e^{2\pi i (f-f_0) t_1}}{2\pi i (f-f_0)}.$$

Регистрируемой величиной обычно является мощность. Поскольку мощность пропорциональна квадрату вещественной амплитуды, нас будет в дальнейшем интересоваться квадрат модуля амплитуды  $|a_f|^2$ . Для его нахождения составим выражение  $a_f a_f^*$ , где  $a_f^*$  — величина, сопряженная с  $a_f$ :

$$a_f a_f^* = a_0^2 \frac{2 - e^{2\pi i (f-f_0) t_{\text{изл}}} - e^{-2\pi i (f-f_0) t_{\text{изл}}}}{4\pi^2 (f-f_0)^2}.$$

Переходя к тригонометрическим функциям, получим

$$|a_f|^2 = 2a_0^2 \frac{1 - \cos 2\pi (f-f_0) t_{\text{изл}}}{4\pi^2 (f-f_0)^2},$$

или

$$|a_f|^2 = (a_0 t_{\text{изл}})^2 \frac{\sin^2 \pi (f-f_0) t_{\text{изл}}}{[\pi (f-f_0) t_{\text{изл}}]^2}.$$

Функция, стоящая в правой части этой формулы, имеет вид  $\sin^2 x/x^2$ . Последняя же функция характеризуется центральным максимумом, равным единице, при  $x=0$  и минимумами, равными нулю, при  $x = \pm k\pi$ , где  $k$  — целое число. Ее вторичные максимумы лежат при  $x = \pm 1,43\pi$ ,  $\pm 2,46\pi$  и т. д. Значения этих максимумов равны 0,047 и 0,017 и т. д. Они малы по сравнению с центральным максимумом.

Если от переменной  $x$  перейти к шкале частот  $f$ , то из сказанного следует, что функция (16.5) имеет центральный максимум при  $f=f_0$  и минимумы при  $f=f_0 \pm \frac{k}{t_{\text{изл}}}$  (рис. 68). При значениях  $f=f_0 \pm \frac{1}{2t_{\text{изл}}}$  ординаты кривой равны  $\sim 0,4$  от ее главного максимума. Отсюда следует, что квадрат плотности амплитуды  $|a_f|^2$  заметно отличается от нуля в полосе частот  $\Delta f = 1/t_{\text{изл}}$ . Чем дольше длится отрезок излучения, тем уже область, в которой  $|a_f|^2$  заметно отличен от нуля.

Если отрезок модулированного излучения падает на приемник, то  $t_{\text{изл}}$  не должно быть меньше постоянной времени прибора  $\tau$ , так как иначе не успеет установиться показание, близкое к максимальному. Поскольку дальнейшее увеличение дли-

тельности излучения не приведет к заметному возрастанию показания, имеет смысл выбирать оба времени приблизительно одинаковыми:  $t_{изл} \cong \tau$ .

Измерительная система передает амплитуду  $a_f$  с некоторым коэффициентом передачи  $K(f)$ . При наличии резонанса  $K(f)$  имеет максимум при некоторой частоте  $f'$ . Очевидно, выгодно, чтобы эта частота совпадала с частотой модуляции  $f_0$ . Тогда область максимальных плотностей амплитуды  $a_f$  будет максимально усиливаться. При наличии усилительной системы  $K(f_0) > 0$ .

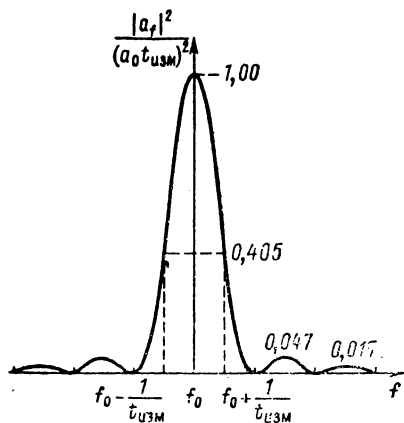


Рис. 68. Вид функции  $\frac{\sin^2 x}{x^2}$ ;  $x = \pi(f - f_0)t_{изл}$ .

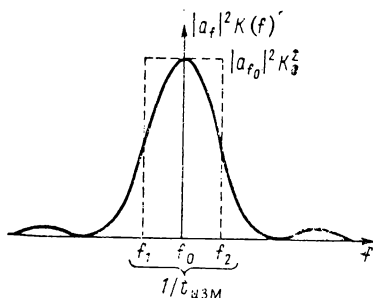


Рис. 69. К определению мощности измеряемого сигнала.

Найдем теперь выражение для мощности измеряемого сигнала  $P_s$ . Так как мощность пропорциональна квадрату амплитуды, то можно написать

$$P_s = \int_{-\infty}^{+\infty} |a_f|^2 K(f)^2 df. \quad (16.6)$$

Заменим в этом интеграле  $a_f$  и  $K(f)$  через их значения в максимуме, а пределы интегрирования — через  $f = f_0 \pm \frac{1}{2t_{изл}}$ . Это означает, что мы заменяем площадь, лежащую под кривой  $\Phi(f) = |a_f|^2 K(f)^2$ , площадью прямоугольника с высотой  $|a_{f_0}|^2 K(f_0)^2$  и шириной  $\Delta f = \frac{1}{t_{изл}}$  (рис. 69). На основании сказанного выше такая замена приближенно возможна. Тогда вместо (16.6) получим

$$P_s = |a_{f_0}|^2 K_0^2 \Delta f, \quad (16.7)$$

где  $K_0 = K(f_0)$  — значение коэффициента передачи в максимуме.

## § 17. ОШИБКИ ИЗМЕРЕНИЙ

При любом измерении сигнал, регистрируемый с помощью прибора, подвержен беспорядочным отклонениям. Пусть  $y_i$  — отсчеты независимых измерений, проводимых при одинаковых условиях. Введем среднее значение измеряемой величины  $y$ , определив его равенством

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}, \quad (17.1)$$

где  $N$  — число измерений. Будем считать, что число измерений  $N$  велико.

Ошибки отдельных измерений  $\xi_i = \bar{y} - y_i$  принимают разное значение, но при их беспорядочном характере имеют место два следующих положения: 1) ошибки, одинаковые по численному значению, но разных знаков, встречаются одинаково часто; 2) чем больше ошибка, тем реже она встречается.

Какова вероятность обнаружения данной ошибки? Очевидно, число наблюдений  $dN$ , характеризуемых ошибкой, лежащей в бесконечно узком интервале  $\xi$ ,  $\xi + d\xi$ , можно записать в виде

$$dN = Np(\xi) d\xi,$$

где  $p(\xi)$  — плотность вероятности обнаружения ошибки. В случае так называемого нормального закона распределения ошибок величина  $p(\xi)$  определяется формулой Гаусса

$$p(\xi) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\xi}{\sigma} \right)^2}, \quad (17.2)$$

где  $\sigma$  — постоянная (рис. 70). Величина  $\sigma^2$  носит название дисперсии измерения.

Функция  $p(\xi)$ , как легко проверить, нормирована на единицу

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(\xi) d\xi = 1. \quad (17.3)$$

Вероятность, что ошибка не превышает по численному значению некоторой заданной конечной величины  $a$ , выражается интегралом:

$$P(a) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-a}^{+a} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\xi}{\sigma} \right)^2} d\xi. \quad (17.4)$$

Отсюда следует, что при большом числе измерений относительное число измерений  $N_a/N$ , имеющих ошибку, лежащую в интервале  $\bar{y} \pm a$ , равно

$$\frac{N_a}{N} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-a}^{+a} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\xi}{\sigma}\right)^2} d\xi. \quad (17.5)$$

На рис. 70 оно изображается площадью, лежащей под кривой и ограниченной ординатами, соответствующими точкам  $\pm a$  (пунктирные линии). Введем далее среднюю квадратичную ошибку, определив ее равенством

$$\sqrt{(\bar{y} - y_i)^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\bar{y} - y_i)^2}{N}}, \quad (17.6)$$

где число измерений  $N$  будем считать большим.

С другой стороны, можно написать, что

$$\overline{(\bar{y} - y_i)^2} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\bar{y} - y_i)^2 p(\xi) d\xi}{\int_{-\infty}^{+\infty} p(\xi) d\xi},$$

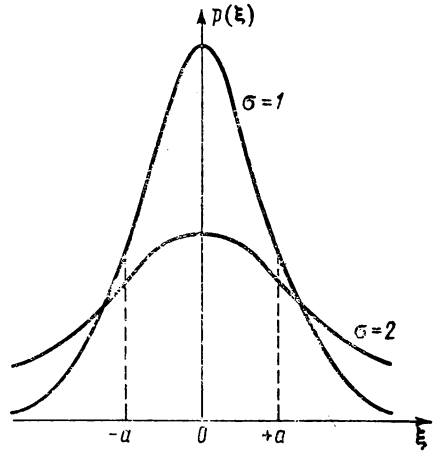


Рис. 70. Кривые Гаусса.

где  $p(\xi)$  — плотность вероятности обнаружения ошибки. В случае нормального распределения  $p(\xi)$  выражается формулой (17.2). Приняв тогда во внимание, что  $\bar{y} - y_i = \xi$  и воспользовавшись еще соотношением (17.3), получим

$$\overline{(\bar{y} - y_i)^2} = \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta^2 e^{-\eta^2} d\eta, \text{ где } \eta = \xi/\sigma.$$

Определенный интеграл

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \eta^2 e^{-\eta^2} d\eta = \sqrt{2\pi},$$

откуда получаем

$$(\bar{y} - y_i)^2 = \sigma^2.$$

Таким образом, оказывается, что при большом числе измерений средняя квадратичная ошибка  $\sqrt{(\bar{y} - y_i)^2}$  совпадает с постоянной  $\sigma$ , входящей в формулу Гаусса.

Перепишем теперь формулу (17.5), введя в нее переменную  $\eta$

$$\frac{N_a}{N} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{a/\sigma} e^{-\frac{1}{2}\eta^2} d\eta = \Phi(a/\sigma).$$

Величина  $a/\sigma$  представляет собой ошибку, выраженную в долях средней квадратичной ошибки. Интеграл  $\Phi(a/\sigma)$  затабулирован (табл. 6). По данным этой таблицы находим, напри-

Т а б л и ц а 6

$a/\sigma$	$\Phi(a/\sigma)$	$a/\sigma$	$\Phi(a/\sigma)$
0,5	0,38	2,5	0,988
1,0	0,68	3,0	0,997
1,5	0,87	4,0	0,99993
2,0	0,95		

мер, что при большом числе измерений 68% из них будет иметь ошибку, не превышающую среднюю квадратичную, и 95% — не превышающую удвоенную среднюю квадратичную. Лишь 0,3% от общего числа измерений даст ошибку, превышающую среднеквадратичную втрое.

Рассмотрим теперь случай, когда измеряемая величина  $Y$  есть сумма (или разность) двух величин  $X_1$  и  $X_2$ . Пусть дисперсии измерений этих двух величин соответственно равны  $\sigma_{x_1}^2$  и  $\sigma_{x_2}^2$ . Можно доказать, что дисперсия  $\sigma_y^2$  величины  $Y$  равна сумме дисперсий  $\sigma_{x_1}^2$  и  $\sigma_{x_2}^2$ :

$$\sigma_y^2 = \sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2.$$

Этот вывод обобщается на случай, когда  $Y$  есть сумма ряда величин  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ .

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 + \sigma_{x_3}^2 + \dots + \sigma_{x_n}^2}. \quad (17.7)$$

Из этого равенства получается существенный вывод. Пусть некоторая величина измеряется несколько раз и  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  — результаты этих измерений, характеризуемые одной и той же дисперсией  $\sigma_i$ .

Составим величину  $x_i/n$ . Так как она в  $n$  раз меньше, чем  $x_i$ , то ее дисперсия равна  $\sigma_i^2/n^2$ . Дисперсия суммы величин

$$\frac{x_1}{n} + \frac{x_2}{n} + \frac{x_3}{n} + \dots + \frac{x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

по сказанному равна

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_1^2}{n^2} + \frac{\sigma_2^2}{n^2} + \dots + \frac{\sigma_n^2}{n^2} = \frac{\sigma_i^2}{n}.$$

Но  $\sum_{i=1}^N x_i/n$  есть средняя арифметическая величина  $x_i$ . Таким образом, мы приходим к выводу, что при повторении измерения  $n$  раз дисперсия  $\sigma^2$  среднего арифметического из этих измерений в  $n$  раз меньше дисперсии единичного измерения. Для средней квадратичной ошибки получим:

$$\sigma = \frac{\sigma_i}{\sqrt{n}},$$

т. е. средняя квадратичная ошибка среднего значения измеряемой величины обратно пропорциональна корню квадратному из числа измерений. Например, чтобы уменьшить ошибку среднего значения измеряемой величины в 10 раз, надо увеличить число повторных измерений в 100 раз.

### § 18. ПРЕДЕЛ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ФОТОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Случайные ошибки делятся на два типа: грубые — помехи — и более тонкие, вызванные тепловыми флуктуационными колебаниями. Последние мы будем называть шумами.

Помехи вызываются разными причинами: механической тряской, температурными неоднородностями, колебаниями напряжения в питающей электросети, плохими контактами и т. д. В принципе они устранимы, и поэтому в дальнейшем мы не будем их рассматривать. Шумы определяются дискретностью строения материи — наличием отдельных атомов, электронов, фотонов. В случае равновесных явлений они определяются температурой. Их можно уменьшать лишь за счет снижения температуры. Шумы мы будем делить на два типа: а) происходящие от источника излучения; б) происходящие от приемника и регистрирующего приспособления.

Обозначим через  $\sum_k P_{ш k}$  среднюю мощность всех шумов, регистрируемых системой, и через  $P_{ш i}$  — среднюю мощность флуктуационного шума источника. Отношение:

$$x = \frac{\sum_k P_{ш k}}{P_{ш i}}$$

называется коэффициентом шума системы.

Флуктуационные шумы источника вызваны как температурными колебаниями в источнике, так и дискретным характером природы света — наличием фотонов. В случае теплового излучения средний квадрат флуктуаций светового потока с единицы площади равен:

$$\overline{\Delta\Phi_T^2} = 8\varepsilon\sigma k T^5 \Delta f, \quad (18.1)$$



где  $\varepsilon$  — коэффициент серости,  $\sigma$  — постоянная Стефана—Больцмана,  $k$  — постоянная Больцмана,  $\Delta f$  — полоса частот, на которой производится измерение потока. Как видно, величина флуктуаций быстро увеличивается с ростом температуры  $T$ . При этом сам интегральный поток  $\Phi$  возрастает по закону Стефана—Больцмана пропорционально  $T^4$  (см. § 19). Для неравновесных источников для каждого частного случая требуется специальное рассмотрение вопроса о величине флуктуаций, причем надо иметь в виду, что фотоны подчиняются статистике Бозе—Эйнштейна. В дальнейшем мы будем рассматривать такие фотометрические измерения, при которых коэффициент шума регистрирующей системы  $\xi$  относительно велик, что позволяет пренебрегать флуктуационными колебаниями в источнике излучения.

Обычно процесс регистрации содержит в качестве последнего этапа измерение разности потенциалов  $U$ , возникающей на концах нагрузочного сопротивления  $R$  (см. § 11, рис. 35). Общая мощность, выделяемая на сопротивление  $R$  при подаче постоянного сигнала  $U_s$ , равна:

$$P = P_s + P_{\text{ш}} = \frac{U_s^2}{R} + \frac{\overline{U}^2}{R},$$

где  $\overline{U}^2$  — квадрат среднего квадратичного значения флуктуационного (шумового) напряжения. Если дисперсии величин  $P_s = U_s^2/R$  и  $P_{\text{ш}} = \overline{U}^2/R$  соответственно равны  $\sigma_s^2$  и  $\sigma_{\text{ш}}^2$ , то средняя квадратичная ошибка измерения  $P$  по формуле (17.7) равна:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_s^2 + \sigma_{\text{ш}}^2}.$$

Таким образом, наличие шума неизбежно увеличивает ошибку измерения.

Отношение измеряемого напряжения  $U_s$  к мощности измеряемого сигнала  $P_s$ , т. е. величина  $U_s/P_s$ , называется коэффициентом преобразования регистрирующей системы. Измеряется это отношение в В/Вт.

Отношение мощности сигнала к мощности уровня шумов равно

$$\xi = \frac{P_s}{P_{\text{ш}}} = \frac{U_s^2}{\overline{U}^2}.$$

Обычно порог чувствительности измеряющей системы определяется условием:

$$P_{s0} = P_{\text{ш}} = \sum_k P_{\text{ш}k}, \quad (18.2)$$

т. е. значением  $\xi = 1$ . Этому соответствует предельный сигнал

$$U_{s0} = \sqrt{\overline{U}^2}. \quad (18.3)$$

Однако для того чтобы единичный сигнал мог быть надежно выделен на фоне шумов, надо, чтобы отношение  $\xi$  было больше единицы. Например, можно выдвинуть требование, чтобы  $\xi > \xi_0 = 3$ . Это означает, что измеряемый сигнал должен быть по крайней мере втрое больше среднего уровня шумов. В § 17 было показано, что вероятность возникновения ошибки, втрое большей ее среднего квадратичного значения, равна приблизительно  $1/300$ . Следовательно, при использовании критерия, по которому  $\xi \geq 3$ , мы имеем случай, при котором вероятность, что зарегистрированный сигнал оказался случайным шумовым «выбросом», не превышает  $1/300$ , т. е. настолько мала, что ее можно практически считать равной нулю.

Разность двух сигналов  $U_{s_1}$  и  $U_{s_2}$  может быть надежно установлена, если она втрое или больше превышает средний уровень шумов. Таким образом, порог чувствительности и точность любой измерительной системы определяются средней мощностью всех возникающих в ней шумов. Снижение порога чувствительности и увеличение точности измерений возможны лишь за счет снижения мощности шумов в системе.

Все сказанное относится к измерению единичных сигналов. При периодическом повторении сигнала результаты измерений могут быть подвергнуты статистической обработке. Это позволяет обнаружить и измерить сигнал, меньший уровня шумов. Сигнал, меньший уровня шумов, можно обнаружить, применяя специальные накопительные системы, действие которых основано на том, что при повторениях сигнала возникают напряжения одного и того же знака, отклонения же шумового напряжения от его среднего значения происходят с равной вероятностью в сторону как больших, так и меньших значений.

Шумовые колебания, носящие беспорядочный характер, не могут быть представлены в виде непрерывной функции времени. Следовательно, их нельзя записать в виде интегралов Фурье. Тем не менее можно ввести спектральную плотность шумов  $\omega(f)$ , определив ее равенством

$$\overline{U^2} = \int_0^{\infty} \omega(f) df, \quad (18.4)$$

где  $f$  — частота, на которой производится регистрация (спектр Винера). Тогда, вводя коэффициент передачи  $K(f)$ , можно написать

$$dP_{\text{ш}} = \omega(f) K(f)^2 df, \quad (18.5)$$

и для полной мощности шумов

$$P_{\text{ш}} = \int_0^{\infty} \omega(f) K(f)^2 df. \quad (18.6)$$

Спектральная плотность шумов для разных частных случаев выражается разными функциями от  $f$ . Часто приходится иметь дело с так называемым «белым шумом», для которого  $w(f) = \text{const}$ . Встречаются случаи, когда  $w(f) \sim 1/f$ .

Вынося в формуле (18.6) из-под знака интеграла среднее значение спектральной плотности шума, получим

$$P_{\text{ш}} = \overline{w} \int_0^{\infty} K(f)^2 df. \quad (18.7)$$

Положим

$$\int_0^{\infty} K(f)^2 df = K_0^2 \Delta f_{\text{ш}}, \quad (18.8)$$

где  $K_0$  — значение  $K(f)$  в максимуме. Величина  $\Delta f_{\text{ш}}$  называется шумовой полосой пропускания. Из формул (18.7) и (18.8) получаем

$$P_{\text{ш}} = \overline{w} \cdot K_0^2 \cdot \Delta f_{\text{ш}}. \quad (18.9)$$

Обычно задача сводится к измерению сигнала на фоне шумов. Поэтому коэффициент передачи  $K(f)$  выгодно выбрать так, чтобы максимально усиливалась область частот, в которой лежит сигнал, и по возможности не усиливались шумы, лежащие за пределами этой области. Это будет иметь место, если шумовую полосу  $\Delta f_{\text{ш}}$  взять равной полосе частот  $\Delta f = \frac{1}{t_{\text{изл}}}$ , которая была введена в рассмотрение в § 16. Тогда для мощности сигнала  $P_{s0}$ , соответствующего порогу чувствительности по (18.2) и (18.9), получим

$$P_{s0} = \overline{w} \cdot K_0^2 \Delta f_{\text{ш}} = \overline{w} K_0^2 \frac{1}{t_{\text{изл}}}.$$

Из этого равенства следует, что минимальная регистрируемая мощность обратно пропорциональна времени, в течение которого длится измерение. Если перейти от мощности к сигналу  $U_s \sim \sqrt{P_s}$ , то мы получим, что минимальный регистрируемый сигнал  $U_{s0} \sim \sqrt{\Delta f_{\text{ш}}} = \frac{1}{\sqrt{t_{\text{изл}}}}$ . Это соответствует полученному в § 17 выводу, что средняя квадратичная ошибка измерений  $\sim \frac{1}{\sqrt{n}}$ , где  $n$  — число измерений.

Пороговая мощность  $P_{s0}$ , как видно, пропорциональна  $\Delta f_{\text{ш}}$ . Кроме того, при заданной освещенности приемника она пропорциональна его площади  $S$ . Поэтому имеет смысл рассматривать пороговую мощность, отнесенную к единичной шумовой полосе пропускания  $\Delta f_{\text{ш}}$  и к единице площади приемника  $S$ . В соответствии с этим и вместо среднеквадратичного значе-

ния шумового напряжения  $\sqrt{\overline{U^2}}$  принято рассматривать величину

$$\sqrt{\overline{U'^2}} = \frac{\sqrt{\overline{u^2}}}{\sqrt{\Delta f_{ш}} \cdot \sqrt{S}}. \quad (18.10)$$

Наконец, для характеристики приемника вводится величина  $D$ , называемая его детектирующей способностью, определяемая равенством:

$$D = \frac{U_s/P}{\sqrt{\overline{U^2}}}, \quad (18.11)$$

где  $U_s$  — сигнал, соответствующий регистрируемой мощности  $P$ . Из равенств (18.10) и (18.11) получаем:

$$D = \frac{1}{P} \frac{\overline{U_s}}{\sqrt{\overline{U^2}}} \cdot \sqrt{\Delta f} \cdot \sqrt{S}. \quad (18.12)$$

Измеряется  $D$  в см  $\cdot \Gamma \text{ц}^{1/2} / \text{Вт}$ .

Остановимся теперь на отдельных видах шумов.

### **Флуктуационные тепловые колебания подвешенной системы.**

В статистической физике показывается, что при термодинамическом равновесии в среднем на одну степень свободы приходится энергия беспорядочных тепловых колебаний, равная  $1/2 kT$ , где  $k$  — постоянная Больцмана. Подвешенная вращающаяся система является системой с одной степенью свободы. Ее энергия при повороте на угол  $\varphi$  возрастает на  $1/2 C\varphi^2$ , где  $C$  — постоянная кручения. Отсюда следует, что дисперсия беспорядочных поворотов системы равна:

$$\overline{\Delta\varphi^2} = \frac{kT}{C}. \quad (18.13)$$

Аналогичным флуктуационным колебаниям подвержены подвижные части любой измерительной системы.

**Температурные флуктуации** — флуктуации температуры малого тела с теплоемкостью  $C_T$ , связанного с окружающей средой, находящейся при температуре  $T$ :

$$\overline{\Delta T^2} = \frac{kT^2}{C_T} = \frac{kT^2}{\kappa\tau}, \quad (18.14)$$

где  $\kappa$  — коэффициент теплоотдачи,  $\tau = \frac{C_T}{\kappa}$  — тепловая постоянная времени.

**Дробовой шум** — шум, обусловленный флуктуациями числа электронов, эмитируемых с катода в вакуум. Он характеризуется дисперсией силы тока

$$\overline{\Delta i^2} = 2ei\Delta f, \quad (18.15)$$

где  $e$  — заряд электрона (формула Шотки).

**Тепловой шум цепи** — шум, вызванный флуктуациями силы тока, протекающего по сопротивлению  $R$ . Он ведет к колебаниям разности потенциалов  $U$  на концах этого сопротивления (нагрузочного сопротивления). Дисперсия разности потенциалов определяется формулой Нейквиста

$$\overline{\Delta U^2} = 4kT R \Delta f. \quad (18.16)$$

**Токовый шум**, вызванный изменением сопротивления контактов. Ведет к дисперсии разности потенциалов

$$\Delta U_i^2 = k_i \bar{i}^2 R \frac{\Delta f}{f}, \quad (18.17)$$

где  $k_i$  — константа порядка  $10^{-11} \sim 10^{-12}$ , в зависимости от рода контакта.

**Шум в разрядной цепи** (джонсоновский шум) — флуктуационные колебания силы тока при разрядке конденсатора емкости  $C$  через сопротивление  $R$

$$\overline{\Delta i^2} = \frac{kT}{CR^2} = \frac{1}{\tau} \frac{kT}{R}, \quad (18.18)$$

где  $\tau = CR$  — постоянная времени разрядной цепи.

**Генерационно-рекомбинационный шум.** В приемниках с внутренним фотоэффектом, как было сказано в § 11, под влиянием света возникают носители тока — электроны и дырки. Одновременно с их возникновением (генерацией) происходит их рекомбинация. Оба эти процесса подвержены флуктуациям, что ведет к дисперсии силы тока. Последняя равна

$$\overline{\Delta i^2} = 4e\bar{i} \frac{\tau}{t_{др}} \Delta f \frac{1}{1 + (2\pi f\tau)^2}, \quad (18.19)$$

где  $\tau$  — время релаксации носителей заряда и  $t_{др}$  — время дрейфа носителей тока от одного электрода к другому. Если  $\mu$  — подвижность носителей заряда, то

$$t_{др} = \frac{l^2}{\mu U},$$

где  $l$  — расстояние между электродами и  $U$  — разность потенциалов. При малых частотах  $f$ , когда  $2\pi f\tau \ll 1$ , приближенно:

$$\overline{\Delta i^2} = 4e\bar{i} \frac{\tau}{t^2} \mu U \Delta f. \quad (18.20)$$

**Фликкер-шум.** Это шум, возникающий в лампах с нагреваемым катодом. Он вызывается испарением атомов вещества с катода, их диффузией из глубинных слоев к поверхности катода и структурными изменениями на поверхности катода (мерцание катода). Фликкер-шум сказывается в области низких частот  $f < 100$  Гц и характеризуется распределением  $\sim 1/f$ .

В реальных случаях приема одновременно играют роль несколько источников шумов. Поэтому общая дисперсия, вызванная шумами, равна

$$\sigma_{\text{ш}}^2 = \sum_i \sigma_{\text{ш}_i}^2,$$

где  $\sigma_{\text{ш}_i}^2$  — дисперсия, характеризующая отдельный вид шума. По большей части для приемника можно из общего числа этих шумов выделить один, играющий наибольшую роль.

Для тепловых приемников (пневматическая ячейка, болометр и т. д.) в тех случаях, когда тепловое равновесие с окружающей средой устанавливается за счет теплопроводности, основную роль играют температурные флуктуации, описываемые формулой (18.14). Роль этих флуктуаций сильно возрастает с температурой ( $\sim T^2$ ). Поэтому для повышения чувствительности важно снижать температуру окружающей среды.

В вакуумном болометре роль теплопроводности уменьшается; здесь главное значение приобретает излучение фоточувствительного элемента болометра. Флуктуация температуры в этом случае определяется флуктуациями излучаемого потока, которые описываются формулой (18.1).

В приемниках с внешним фотоэффектом основными являются: дробовой шум (формула Шотки (18.15)) и тепловой шум в цепи (формула Нейквиста (18.16)). Отношение  $\overline{U_s^2}/\overline{U_{\text{ш}}^2}$  при учете этих шумов принимает вид

$$\frac{\overline{U_s^2}}{\overline{U_{\text{ш}}^2}} = \frac{(K\Phi R_{\text{н}})^2}{2ei\Delta f R_{\text{н}}^2 + 4kT\Delta f R_{\text{н}}}, \quad (18.21)$$

где  $K$  — коэффициент, определяющий силу тока, возникающего в фотоэлементе под влиянием потока  $\Phi$ .

Кроме того, надо иметь в виду, что в фотоэлементах имеется темновой ток, который, во-первых, добавляет свою аддитивную постоянную к сигналу, а во-вторых, добавляет тепловые и токовые шумы. Вредная роль темнового тока особенно существенна при измерении слабых световых потоков с помощью фотоэлектронного умножителя (ФЭУ). Величина темнового тока снижается при охлаждении фотоумножителя.

Как указывалось, сигнал, возникающий в приемнике, обычно усиливается с помощью той или иной усилительной системы. Это позволяет в качестве измерительного прибора пользоваться прибором относительно малой чувствительности, но зато удобным для регистрации измерений (стрелочный гальванометр, цифровой вольтметр, самописец). Отпадает также роль флуктуаций подвижной системы прибора (формула (18.13)). Однако необходимо иметь в виду, что любая система усиливает не только измеряемый сигнал, но и шумы, возникающие в приемнике; кроме того, она вносит свои дополни-

тельные шумы. Усилительная схема должна выбираться так, чтобы роль этих дополнительных шумов была мала. Существенен учет частотной характеристики шумов. Так, токовые шумы, обратно пропорциональные частоте  $f$  (формула (18, 17)), становятся незаметными при больших  $f$ . На рис. 71 шкала частот  $f$  разбита на три области, в каждой из которых преимущественно проявляется определенный вид шумов: *I* — область токовых шумов  $\sim 1/f$ ; *II* — область «белых» шумов, вызванных флуктуациями в приемниках; *III* — область тепловых шумов.

В качестве примера роли усилительной системы в общем уровне шумов укажем на ФЭУ. В нем каждый последующий диод вносит свое добавление к дробовому эффекту. В результате дисперсия силы тока  $\Delta i^2$  выражается не формулой (18.15), а формулой:

$$\overline{\Delta i^2} = 2ei\Delta f M^2 (1 + B), \quad (18.22)$$

где  $M$  — коэффициент усиления;  $B$  — постоянная, равная  $1,5 \div 3$ .

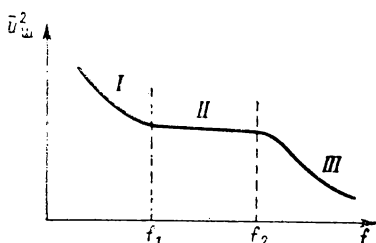


Рис. 71. Область шумов.

*I* — токовые шумы; *II* — белые шумы,  
*III* — тепловые шумы.

Отметим существенную разницу между тепловыми и фотоэлектрическими приемниками. Для первых, как сказано, основную роль играют температурные флуктуации, зависящие, при данных условиях, лишь от температуры  $T$  (формулы (18.1) и (18.4)). Поскольку измеряемое излучение вызывает лишь очень малое добавочное нагревание приемника, уровень шумов практически не зависит от величины измеряемого потока. Для фотоэлектрических же приемников как со внешним, так и с внутренним фотоэффектом уровень шумов зависит от средней силы тока, возникающего в приемнике (формулы (18.15) и (18.20)). Это означает, что уровень шумов растет с увеличением измеряемого потока.

Особого рассмотрения требует фотографическая пластинка. Как указывалось, она обладает кумулятивным свойством, что позволяет регистрировать очень слабые освещенности за счет их большой длительности. Нерегулярное распределение зерен в фотоэмульсии приводит к эффекту, эквивалентному шумам в тепловых или фотоэлектрических приемниках. Дисперсия почернения фотопластинки  $\overline{\Delta D^2}$  на малой площади пропорциональна  $1/\bar{N}S$ , где  $\bar{N}$  — среднее число зерен, приходящихся на единицу площади фотопластинки,  $S$  — площадь фотометрируемого участка. Таким образом, роль зерна тем больше, чем меньший участок фотопластинки фотометрируется. При одинаковой площади фотометрирования роль зерна больше у крупнозернистых пластинок.

## Глава II.

### ИСТОЧНИКИ СВЕТА

#### § 19. ИЗЛУЧЕНИЕ АБСОЛЮТНО ЧЕРНОГО ТЕЛА

Прежде всего определим величину, называемую поглощательной способностью тела  $k_\lambda$ . Пусть на поверхность  $dS$  некоторого тела падает поток  $d\Phi_{\lambda, \lambda+d\lambda} = f_\lambda d\lambda$ ; часть его  $d\Phi'_{\lambda, \lambda+d\lambda}$  поглощается. Остальная часть отражается и рассеивается. Поглощательная способность  $k_\lambda$  определяется отношением

$$k_\lambda = \frac{d\Phi'_{\lambda, \lambda+d\lambda}}{d\Phi_{\lambda, \lambda+d\lambda}}. \quad (19.1)$$

Очевидно,  $k_\lambda$  — величина безразмерная. Для реальных тел  $k_\lambda < 1$ , различна для разных длин волн и зависит от температуры.

Под абсолютно черным телом подразумевается воображаемое тело, для которого поглощательная способность  $k_\lambda$  равна единице для всех длин волн независимо от температуры. По закону Кирхгофа, при термодинамическом равновесии отношение спектральной плотности светимости  $r_\lambda$  к поглощательной способности  $k_\lambda$  для всех тел есть одна и та же функция длины волны  $\lambda$  и температуры  $T$ ,

$$\frac{r_\lambda}{k_\lambda} = f(\lambda, T).$$

Для абсолютно черного тела  $k_\lambda = 1$ ; следовательно, его спектральная плотность светимости  $r_\lambda$  выражается непосредственно через функцию  $f(\lambda, T)$

$$r_\lambda = f(\lambda, T). \quad (19.2)$$

Отсюда следует, что все абсолютно черные тела при данной температуре  $T$  обладают одним и тем же распределением светимости по длинам волн; светимость всех абсолютно черных тел одинаково меняется с температурой.

В природе не существует тел, совпадающих по своим свойствам с абсолютно черным телом. Тела, покрытые сажей или



платиновой чернью, имеют поглощательную способность  $k_\lambda$ , близкую к единице лишь в ограниченном интервале длин волн. В далекой инфракрасной области их поглощательная способность заметно меньше единицы. Однако, как было сказано, искусственно можно сколь угодно приблизиться к абсолютно черному телу. На рис. 27 изображено тело, имеющее почти замкнутую полость, излучение в которую попадает через малое отверстие  $C$ . Поскольку лишь очень малая доля излучения может выйти из полости обратно через отверстие  $C$ , — это отверстие обладает свойствами, близкими к свойствам абсолютно черного тела. Если стенки полости находятся при опреде-

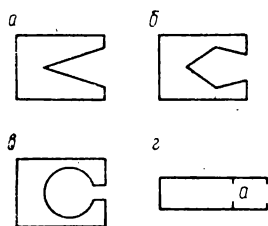


Рис. 72. Модели абсолютно черного тела.

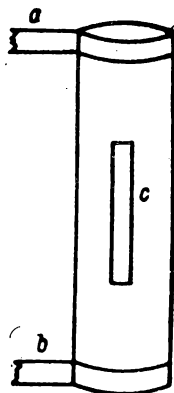


Рис. 73. Модель абсолютно черного тела в виде цилиндра со щелью  $c$ .

ленной постоянной температуре  $T$ , то излучение, исходящее из отверстия  $C$ , близко к излучению абсолютно черного тела при этой температуре  $T$ .

Модели абсолютно черного тела изготавливаются в виде накаливаемых тел с полостью той или иной формы (рис. 72,  $a$  —  $в$ ). Употребительны также модели абсолютно черного тела, имеющие вид цилиндра, излучение из которого выходит через торец  $C$  (рис. 72,  $г$ ); перегородка  $a$  внутри цилиндра вставляется для того, чтобы избежать косых отражений света от стенок. Цилиндр поддерживается при определенной температуре  $T$  (см. эталон силы света, стр. 35). Можно использовать и полый цилиндр, сделанный из тугоплавкого металла или из графита, нагреваемый током, который подводится с помощью проводников  $a$  и  $b$  (рис. 73). Узкое щелевидное отверстие  $C$  служит источником излучения.

Вид функции  $f(\lambda, T)$  был впервые найден в 1900 г. Планком

$$r_\lambda = f(\lambda, T) = 2\pi hc^2 \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1},$$

где  $c$  — скорость света в пустоте;  $k$  — постоянная Больцмана;  $h$  — постоянная Планка, равная  $h = 6,6252 \cdot 10^{-34}$  Дж. · с =  $= 6,6252 \cdot 10^{-27}$  эрг · с. В шкале частот формула Планка имеет вид

$$r_\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (19.3)$$

Мы будем в дальнейшем пользоваться в основном формулой Планка в шкале длин волн, записав ее в виде

$$r_\lambda = C_1 \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1}, \quad (19.4)$$

где  $C_1 = 2\pi h c^2 = 3,7413 \cdot 10^{-16}$  Вт · м<sup>2</sup> =  $3,7413 \cdot 10^{-5} \frac{\text{эрг} \cdot \text{см}^2}{\text{с}}$ ;

$$C_2 = \frac{hc}{k} = 1,4388 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{град} = 1,4388 \text{ см} \cdot \text{град}.$$

Так как для абсолютно черного тела спектральная плотность яркости  $b_\lambda$  отличается от  $r_\lambda$  лишь множителем  $1/\pi$ , то формулу (19.4) можно также отнести к спектральной плотности яркости

$$b_\lambda = \frac{C_1}{\pi} \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1}, \quad (19.5)$$

где константа  $C_1/\pi$  равна

$$\frac{C_1}{\pi} = 1,1909 \cdot 10^{-16} \frac{\text{Вт} \cdot \text{м}^2}{\text{стер}} = 1,1909 \cdot 10^{-5} \frac{\text{эрг} \cdot \text{см}^2}{\text{с} \cdot \text{стер}}.$$

Вид кривых Планка для спектральных плотностей светимости в шкале длин волн ( $r_\lambda$ ) и в шкале частот ( $r_\nu$ ) для  $T = 2900$  К был приведен на рис. 4, а, б. На рис. 74 даны кривые  $r_\lambda$  абсолютно черного тела для разных температур (в К). По шкале абсцисс отложены длины волн в мкм. Как видно, для каждой данной длины волны  $\lambda$  значение  $r_\lambda$  быстро возрастает с температурой. Максимум кривой смещается при возрастании температуры в сторону коротких длин волн и становится более острым.

Для областей, лежащих левее максимума ( $\lambda T < C_2$ ), формула Планка (19.4) приближенно записывается следующим образом:

$$r_\lambda = C_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}. \quad (19.6)$$

В таком виде она известна под названием формулы Вина. В области применимости формулы Вина для заданной длины волны  $\lambda$  по (19.6)

$$\ln r_\lambda = A - \frac{B}{T},$$

где  $A$  и  $B$  — константы. Отсюда следует, что изменение  $r_\lambda$  при  $\lambda = \text{const}$  с температурой (изохрома) графически изобразится прямой, если вдоль осей координат отложить  $\ln r_\lambda$  и  $1/T$  (рис. 75).

Для областей, лежащих правее максимума ( $\lambda T > C_2$ ) приближенно

$$r_\lambda = \frac{C_1}{C_2} \lambda^{-4} T. \quad (19.7)$$

Эта формула носит название формулы Релея - Джинса. Исходя из формулы Планка найдем выражения для интегральной светимости  $R$  и координат максимума планковской кривой, т. е. длину волны  $\lambda_m$ , на которую приходится максимум спектральной плотности светимости, и значение  $r_\lambda$  в максимуме. Для этого введем новую переменную  $x = \frac{C_2}{\lambda T}$ , тогда формула

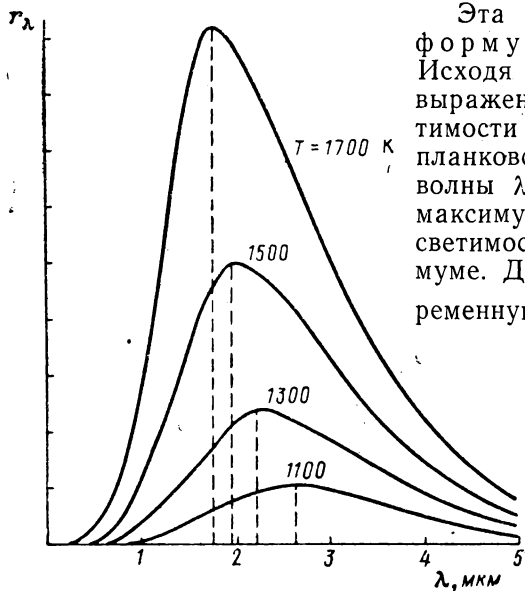


Рис. 74. Кривые Планка для разных температур.

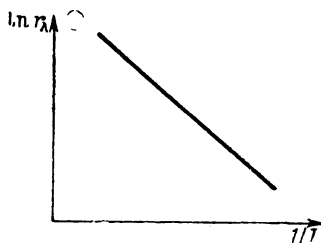


Рис. 75. Изохрома в области применения закона Вина.

Планка (19.4) примет вид:

$$r_\lambda = f(x) = \frac{C_1 T^5}{C_2^5} \frac{x^5}{e^x - 1}. \quad (19.8)$$

Отсюда для интегральной светимости  $R$  найдем

$$R = \int_0^\infty r_\lambda d\lambda = \frac{C_1 T^4}{C_2^4} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx.$$

Определенный интеграл, стоящий в правой части этого выражения, равен

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = 6,4939.$$

Таким образом, для  $R$  получается  $R = 6,4939 \frac{C_1}{C_2^4} T^4$ , или

$$R = \sigma T^4. \quad (19.9)$$

Эта формула выражает закон Стефана—Больцмана: интегральная светимость абсолютно черного тела пропорциональна его абсолютной температуре в четвертой степени. Численное значение константы  $\sigma$  равно

$$\sigma = 6,4939 \frac{C_1}{C_2^4} = 5,6687 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{град}^4} = 5,6687 \cdot 10^{-5} \frac{\text{эрг}}{\text{с} \cdot \text{см}^2 \text{град}^4}.$$

Для нахождения максимума кривой (19.8) берем производную от  $f(x)$  по  $x$  и приравняем ее нулю

$$f'(x) = \frac{5x^4(e^x - 1) - x^5 e^x}{(e^x - 1)^2} = 0,$$

откуда следует, что должно иметь место равенство

$$5e^x - xe^x - 5 = 0.$$

Решение этого трансцендентного уравнения, соответствующее максимуму функции  $f(x)$ , равно  $x_m = 4,9650$ . Отсюда получаем, что координаты максимума планковской кривой (19.3)  $\lambda_m$  и  $r_{\lambda m}$  равны

$$\lambda_m = \frac{C_2}{x_m T} = \frac{C_2}{4,9650} \cdot \frac{1}{T}, \quad r_{\lambda m} = \frac{C_1 T^5}{C_2^5} \cdot \frac{4,9650^5}{e^{4,9650} - 1} = 21,202 \frac{C_1}{C_2^5} T^5,$$

или

$$\lambda_m = \frac{C'}{T}, \quad r_{\lambda m} = C'' T^5. \quad (19.10)$$

Постоянные  $C'$  и  $C''$  равны:  $C' = \frac{C_2}{4,9650} = 2,8979 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{град} = 0,28979 \text{ см} \cdot \text{град}$ ,  $C'' = 21,202 \frac{C_1}{C_2^5} = 1,2862 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \text{град}^5} = 1,2862 \cdot 10^{-4} \frac{\text{эрг}}{\text{с} \cdot \text{см}^3 \text{град}^5}.$

Первая из формул (19.10) выражает закон смещения Вина: длина волны  $\lambda_m$ , на которую приходится максимум спектральной плотности светимости абсолютно черного тела, обратно пропорциональна температуре по шкале Кельвина. Из второй формулы (19.10) следует, что спектральная плотность светимости абсолютно черного тела в максимуме пропорциональна температуре в пятой степени.

Существенно отметить, что как закон Стефана—Больцмана (19.9), так и оба соотношения (19.10) были выведены на основании чисто термодинамических рассуждений до того, как была получена формула Планка. Вместе с тем все эти три закономерности, как видно из приведенных выкладок, являются прямым следствием планковской формулы, выражающей зависимость  $r_\lambda$  от  $\lambda$  и  $T$ .

В табл. 7 приведены значения  $\lambda_m$ , интегральных светимости  $R$  и яркости  $B$  абсолютно черного тела при разных температурах.

Т а б л и ц а 7

Температура $T$ , К	$\lambda_m$ , мкм	Интегральная светимость $R$		Интегральная яркость $B$ , нт
		Вт/см <sup>2</sup>	лм/см <sup>2</sup>	
1200	2,415	11,8	0,0452	144
1600	1,811	37,4	6,55	$2,08 \cdot 10^4$
2000	1,449	91,3	$1,39 \cdot 10^2$	$4,42 \cdot 10^5$
3000	0,966	$4,62 \cdot 10^2$	$8,81 \cdot 10^2$	$2,82 \cdot 10^7$
4000	0,724	$1,46 \cdot 10^3$	$7,35 \cdot 10^4$	$2,34 \cdot 10^8$
5000	0,579	$3,57 \cdot 10^3$	$2,64 \cdot 10^5$	$8,40 \cdot 10^8$
6000	0,483	$7,40 \cdot 10^3$	$6,23 \cdot 10^5$	$1,98 \cdot 10^9$
8000	0,362	$2,34 \cdot 10^4$	$1,83 \cdot 10^6$	$5,82 \cdot 10^9$
10000	0,289	$57,1 \cdot 10^4$	$3,50 \cdot 10^6$	$1,11 \cdot 10^{10}$

Как видно, в соответствии с законами (19.9) и (19.10) по мере возрастания температуры  $T$  длина волны  $\lambda_m$ , на которую приходится максимум спектральной плотности светимости, становится короче, а интегральные светимость и яркость быстро возрастают. Максимум спектральной плотности светимости при  $T < 3800$  К попадает в инфракрасную часть спектра. При  $T > 7300$  К максимум смещается в ультрафиолетовую область.

Выведем выражения для объемной плотности излучения абсолютно черного тела. Для этого рассмотрим замкнутый сосуд с абсолютно черными стенками, находящимися при температуре  $T$ . Для простоты будем считать, что в сосуде пусто.

При равновесном состоянии каждая единица площади стенок сосуда поглощает энергии столько же, сколько испускает. В результате пространство внутри сосуда окажется заполненным излучением с определенной плотностью и с определенным распределением энергии по частотам. С элемента поверхности сосуда  $dS$  в пределах телесного угла  $d\omega$  будет испускаться поток  $d\Phi = b_\nu d\nu dS_n d\omega$ , где  $b_\nu$  — спектральная плотность яркости стенок сосуда.

Внутри световой трубки, соответствующей этому потоку, по сказанному в § 1 спектральная плотность объемной плотности энергии

$$u_\nu = \frac{d\Phi}{cdS_n d\nu} \frac{b_\nu d\omega}{c}. \quad (19.11)$$

Чтобы получить значение  $u_\nu$  внутри сосуда, необходимо принять во внимание световые пучки, распространяющиеся во

всех направлениях, т. е. проинтегрировать выражение (19.11) по всем углам  $d\omega$

$$u_\nu = \int_{\omega=4\pi} \frac{b_\nu d\omega}{c} = \frac{4\pi}{c} b_\nu. \quad (19.12)$$

Так как стенки сосуда мы приняли за абсолютно черное тело, то для  $b_\nu$  справедлива формула Планка в виде (19.5), откуда по (19.12) для спектральной плотности объемной плотности энергии излучения, равновесно заполняющего сосуд, получим

$$u_\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \cdot \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (19.13)$$

Формула (19.13) может быть также преобразована к шкале длин волн.

Для интегральной объемной плотности энергии  $U$  по (19.13) напишем

$$U = \int_0^\infty u_\nu d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu.$$

Вводя переменную  $x = \frac{h\nu}{kT}$ , перепишем это выражение в виде

$$U = \frac{8\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx.$$

Как было указано выше,  $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = 6,4939$ , откуда на-

ходим  $U = 6,4939 \frac{8\pi k^4}{c^2 h^3} T^4$ , или

$$U = \frac{4\sigma}{c} T^4, \quad (19.14)$$

где  $\sigma$  — постоянная Стефана—Больцмана. Беря известное численное значение для  $\sigma$ , получим

$$\frac{4\sigma}{c} = 7,546 \cdot 10^{-16} \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{град}} = 7,564 \cdot 10^{-15} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{град}}.$$

Из формулы (19.13) видно, что величина  $u_\nu$  распределена по частотам по такой же кривой, как и спектральная плотность яркости  $b_\nu$  или спектральная плотность светимости  $r_\nu$  абсолютно черного тела. Поэтому и само равновесное излучение принято называть абсолютно черным излуче-

н и е м. Так как для такого излучения вид функции  $u_\nu$  и численное значение  $U$  однозначно определяются температурой стенок сосуда  $T$ , то эта температура может быть приписана и самому излучению. Понятие о температуре излучения впервые ввел в рассмотрение Б. Б. Голицын в 1893 г.

До сих пор мы полагали, что стенки сосуда, заполненного излучением, обладают свойствами абсолютно черного тела. Однако для того чтобы внутри замкнутой полости образовалось абсолютно черное излучение, нет надобности, чтобы стенки были абсолютно черными. Действительно, так как по закону Кирхгофа отношение спектральной плотности светимости к поглощательной способности для любого тела равно этому же отношению для абсолютно черного тела, то *состав равновесного излучения внутри замкнутой полости один и тот же независимо от свойств стенок*. Существенно только, чтобы поглощательная способность стенок была для всех длин волн отлична от нуля.

Если в замкнутом сосуде, внутри которого имеется равновесное излучение, сделать отверстие, то из него выйдет наружу пучок с тем же распределением энергии по длинам волн, каким он обладал внутри сосуда. Это означает, что вышедшее излучение будет обладать свойствами излучения абсолютно черного тела при температуре стенок.

Таким образом, подтверждается возможность осуществить модель абсолютно черного тела, причем видно, что сами стенки полости не должны быть абсолютно черными. Требуется, чтобы отверстие было настолько мало, чтобы исходящее из него излучение практически не нарушало термодинамического равновесия внутри полости.

Очевидно, что введенное выше понятие о температуре излучения применимо лишь к световым пучкам с распределением, подчиняющимся формуле Планка. Если пучок света, испущенный абсолютно черным телом, пройдет через какое-либо поглощающее вещество, которое изменит в нем распределение энергии по длинам волн, то понятие о температуре к нему не будет применимо. То же будет иметь место для излучения, отраженного от селективно отражающей поверхности.

## § 20. ФОРМУЛА ПЛАНКА В ПРИВЕДЕННЫХ КООРДИНАТАХ

Формулу Планка удобнее преобразовать введя следующие приведенные координаты

$$\xi = \frac{\lambda}{\lambda_m}, \quad \eta = \frac{r_\lambda}{r_{\lambda_m}}, \quad (20.1)$$

где  $\lambda_m$  и  $r_{\lambda_m}$  — координаты максимума на планковской кривой распределения спектральной плотности светимости по длинам волн. Приведенные координаты — величины безразмерные.

Воспользовавшись для  $\lambda_m$  и  $r_{\lambda_m}$  их значениями по (19.13), найдем

$$\lambda = \lambda_m \xi = \frac{C'}{T} \xi, \quad r_\lambda = r_{\lambda_m} \eta = C'' T^5 \eta.$$

Подставляя эти значения  $\lambda$  и  $r_\lambda$  в формулу (19.4), получим формулу Планка в приведенном виде

$$\eta = \frac{C_1}{C'' C'^5} \frac{\xi^{-5}}{e^{\frac{C_2}{C' \xi}} - 1}. \quad (20.2)$$

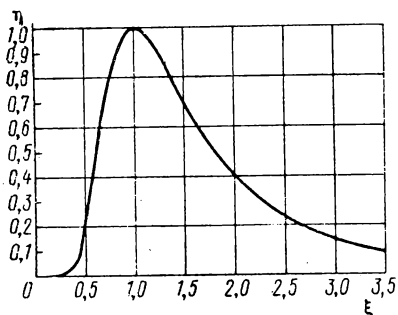


Рис. 76. Распределение Планка в приведенных координатах.

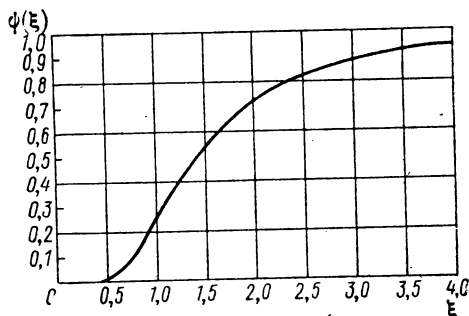


Рис. 77. Вид функции  $\phi(\xi)$ .

Если ввести сюда численные значения постоянных  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C'$ ,  $C''$ , то формула (20.2) запишется следующим образом:

$$\eta = 142,32 \frac{\xi^{-5}}{e^{\frac{4,9650}{\xi}} - 1}. \quad (20.3)$$

Входящие в эту формулу численные коэффициенты безразмерны. Координаты максимума кривой (20.3):  $\xi_m = 1$ ,  $\eta_m = 1$ . Площадь, заключенная под кривой:

$$\int_0^\infty \eta d\xi = 1,5207. \quad (20.4)$$

На рис. 76 приведена кривая распределения Планка в приведенных координатах, а в табл. 8 даны численные значения  $\eta$ , соответствующие  $\xi$  от 0,15 до 20.

Табл. 8 (или, при графических расчетах, кривой рис. 76), достаточно, чтобы делать все необходимые расчеты, относящиеся к излучению абсолютно черного тела при любых температурах. В самом деле, при заданной температуре  $T$  по (20.1) мы можем для каждой длины волны  $\lambda$  найти

$$\xi = \frac{\lambda}{0,2898} T, \quad (20.5)$$



Таблица 8

$\xi$	$\eta$	$\xi$	$\eta$	$\xi$	$\eta$
0,15	$7,91 \cdot 10^{-9}$	0,52	0,267	1,50	0,710
0,20	$7,37 \cdot 10^{-6}$	0,56	0,365	1,60	0,638
0,21	$0,188 \cdot 10^{-4}$	0,60	0,466	1,70	0,571
0,22	$0,437 \cdot 10^{-4}$	0,64	0,567	1,80	0,510
0,23	$0,931 \cdot 10^{-4}$	0,68	0,661	1,90	0,455
0,24	$1,85 \cdot 10^{-4}$	0,72	0,745	2,00	0,405
0,25	$3,45 \cdot 10^{-4}$	0,76	0,817	2,25	0,305
0,26	$6,10 \cdot 10^{-4}$	0,80	0,877	2,50	0,232
0,27	$0,102 \cdot 10^{-2}$	0,85	0,935	2,75	0,178
0,28	$0,162 \cdot 10^{-2}$	0,90	0,972	3,00	0,138
0,30	$0,380 \cdot 10^{-2}$	0,95	0,993	3,50	$8,66 \cdot 10^{-2}$
0,32	$0,774 \cdot 10^{-2}$	1,00	1,000	4,00	$5,65 \cdot 10^{-2}$
0,34	$1,43 \cdot 10^{-2}$	1,05	0,994	4,50	$3,83 \cdot 10^{-2}$
0,36	$2,41 \cdot 10^{-2}$	1,10	0,979	5,00	$2,68 \cdot 10^{-2}$
0,38	$3,80 \cdot 10^{-2}$	1,15	0,956	6,00	$1,42 \cdot 10^{-2}$
0,40	$5,65 \cdot 10^{-2}$	1,20	0,928	7,00	$8,20 \cdot 10^{-3}$
0,42	$8,00 \cdot 10^{-2}$	1,25	0,895	8,00	$5,05 \cdot 10^{-3}$
0,44	0,108	1,30	0,860	9,00	$3,27 \cdot 10^{-3}$
0,46	0,142	1,35	0,823	10,00	$2,23 \cdot 10^{-3}$
0,48	0,180	1,40	0,785	20,00	$1,58 \cdot 10^{-4}$

а затем по табл. 8 по этой  $\xi$  найти  $\eta$ , что позволяет сосчитать

$$r_{\lambda} = 1,2826 \cdot 10^{-4} T^5 \eta \quad (20.6)$$

Здесь длина волны  $\lambda$  должна быть выражена в сантиметрах; спектральная плотность светимости  $r_{\lambda}$  получится в эрг/с · см<sup>3</sup>.

Рассмотрим следующий пример. Во сколько раз меняется спектральная плотность светимости  $r_{\lambda}$  абсолютно черного тела от красного конца спектра ( $\lambda_1 = 760$  нм) до его желто-зеленой части ( $\lambda_2 = 580$  нм) при температуре  $T = 3000$  К.

По (20.5) находим  $\xi_1$  и  $\xi_2$ , соответствующие длинам волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$

$$\xi_1 = \frac{7,6 \cdot 10^{-5} \cdot 3000}{0,2898} = 0,790; \quad \xi_2 = \frac{5,8 \cdot 10^{-5} \cdot 3000}{0,2898} = 0,603.$$

По этим значениям  $\xi_1$  и  $\xi_2$  находим по табл. 8  $\eta_1 = 0,864$  и  $\eta_2 = 0,474$ , откуда для искомого отношения спектральных плотностей светимости получаем

$$\frac{r_{\lambda=580}}{r_{\lambda=760}} = \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{0,474}{0,864} = 0,55.$$

Таким образом, при  $T = 3000$  К спектральная плотность светимости при переходе от  $\lambda_1 = 760$  нм к  $\lambda_2 = 580$  нм убывает почти в два раза. В таком же отношении меняется спектральная плотность яркости.

Пользуясь формулой Планка, в приведенных координатах также легко найти выражение, позволяющее определять, какая доля интегральной светимости  $R$  приходится на заданный интервал длин волн  $\lambda_2 - \lambda_1$ . Очевидно, эта доля дается отношением:

$$k = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} r_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda} = \frac{\int_{\xi_1}^{\xi_2} \eta d\xi}{\int_0^{\infty} \eta d\xi}, \quad \text{или}$$

$$k = \frac{\int_0^{\xi_2} \eta d\xi}{\int_0^{\infty} \eta d\xi} - \frac{\int_0^{\xi_1} \eta d\xi}{\int_0^{\infty} \eta d\xi}. \quad (20.7)$$

Обозначим

$$\psi(\xi) = \frac{\int_0^{\xi} \eta d\xi}{\int_0^{\infty} \eta d\xi}. \quad \text{Воспользовавшись равенством (20.4), пере-}$$

пишем это выражение в виде

$$\psi(\xi) = \frac{\int_0^{\xi} \eta d\xi}{1,5207} = 0,65759 \int_0^{\xi} \eta d\xi. \quad (20.8)$$

Тогда по (20.7) для доли светимости, приходящейся на интервал длин волн  $\lambda_2 - \lambda_1$ , имеем

$$k = \psi(\xi_2) - \psi(\xi_1). \quad (20.9)$$

Величина  $\psi(\xi)$  представляет собой функцию от  $\xi$ , значения которой могут быть вычислены по формуле (20,8). Численные значения  $\psi|\xi|$  для  $\xi$  от 0,20 до 20,0 приведены в табл. 9. Те же данные графически изображены на рис. 77.

Рассмотрим два примера.

1. Определить, какая доля интегральной светимости  $R$  абсолютно черного тела при  $T = 5000$  К приходится на видимую часть спектра ( $\lambda_1 = 400$  нм,  $\lambda_2 = 760$  нм). По (20.5) получаем:  $\xi_1 = 0,69$ ;  $\xi_2 = 1,31$ . По этим значениям  $\xi_1$  и  $\xi_2$  из табл. 9 находим для функции  $\psi(\xi)$  значения:  $\psi(\xi_1) = 0,07$ ;  $\psi(\xi_2) = 0,44$ , откуда для искомой доли интегральной светимости  $R$  по (20.9) имеем

$$k = \psi(\xi_2) - \psi(\xi_1) = 0,44 - 0,07 = 0,38.$$

Найденное значение  $k$  показывает, что при  $T = 5000$  К на видимую часть спектра абсолютно черного тела приходится 38% от общей излучаемой им мощности.

2. Определить, во сколько раз меняется мощность излучения, приходящегося на всю инфракрасную область ( $\lambda > 760$  нм) в спектре абсолютно черного тела при увеличении температуры от 3000 до 5000 К.

Таблица 9

$\xi$	$\psi(\xi)$	$\xi$	$\psi(\xi)$	$\xi$	$\psi(\xi)$
0,20	$0,04 \cdot 10^{-6}$	0,60	$3,25 \cdot 10^{-2}$	1,38	0,481
0,22	$0,31 \cdot 10^{-6}$	0,62	$3,90 \cdot 10^{-2}$	1,44	0,511
0,24	$1,6 \cdot 10^{-6}$	0,64	$4,61 \cdot 10^{-2}$	1,50	0,540
0,26	$6,4 \cdot 10^{-6}$	0,68	$6,22 \cdot 10^{-2}$	1,54	0,559
0,28	$2,03 \cdot 10^{-5}$	0,70	$7,12 \cdot 10^{-2}$	1,60	0,585
0,30	$5,47 \cdot 10^{-5}$	0,72	$8,07 \cdot 10^{-2}$	1,64	0,601
0,32	$1,28 \cdot 10^{-4}$	0,74	$9,08 \cdot 10^{-2}$	1,70	0,624
0,34	$2,69 \cdot 10^{-4}$	0,76	0,101	1,74	0,639
0,36	$5,17 \cdot 10^{-4}$	0,80	0,124	1,80	0,660
0,38	$9,21 \cdot 10^{-4}$	0,84	0,148	1,90	0,692
0,40	$1,54 \cdot 10^{-3}$	0,88	0,172	2,00	0,720
0,42	$2,43 \cdot 10^{-3}$	0,92	0,198	2,5	0,821
0,44	$3,66 \cdot 10^{-3}$	0,96	0,224	3,0	0,881
0,46	$5,30 \cdot 10^{-3}$	1,00	0,250	3,5	0,917
0,48	$7,41 \cdot 10^{-3}$	1,04	0,276	4,0	0,940
0,50	$1,005 \cdot 10^{-2}$	1,08	0,309	6,0	0,979
0,52	$1,33 \cdot 10^{-2}$	1,14	0,341	8,0	0,990
0,54	$1,71 \cdot 10^{-2}$	1,20	0,378	10,0	0,995
0,56	$2,16 \cdot 10^{-2}$	1,26	0,414	20,0	0,999
0,58	$2,67 \cdot 10^{-2}$	1,32	0,448	$\infty$	1,000

Поскольку  $\psi(\infty) = 1$ , то доля интегральной светимости, приходящаяся на область спектра от данного  $\xi$  до  $\xi = \infty$ , равна

$$k = 1 - \psi(\xi).$$

При  $T_1 = 3000$  К координата  $\xi$ , соответствующая  $\lambda = 760$  нм, равна  $\xi_1 = 0,79$ , а при  $T_2 = 5000$  К равна  $\xi_2 = 1,31$ . По этим значениям  $\xi_1$  и  $\xi_2$  и по данным табл. 9 найдем

$$k_1 = 1 - \psi(\xi_1) = 1 - 0,12 = 0,88; k_2 = 1 - \psi(\xi_2) = 1 - 0,44 = 0,56.$$

Таким образом, на инфракрасную область при  $T_1 = 3000$  К приходится 0,88, а при  $T_2 = 5000$  К приходится 0,56 от интегральных светимостей  $R_1$  и  $R_2$ , соответствующих этим температурам. Так как по закону Стефана—Больцмана  $R_2$  и  $R_1$  относятся как  $T_2^4/T_1^4$ , то искомое возрастание мощности инфракрасного излучения определяется соотношением:

$$\frac{0,56}{0,88} \cdot \frac{5000^4}{3000^4} = 4,9.$$

Из этого примера видно, что хотя мощность излучения, приходящегося на инфракрасную область, значительно (почти в 5 раз) возросла, но это возрастание меньше, чем возрастание интегральных светимостей

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{5000^4}{3000^4} = 7,7.$$

Это происходит оттого, что при повышении температуры абсолютно черного тела с 3000 до 5000 К максимум спектральной плотности его светимости  $r_{\lambda m}$  сдвинулся по закону смещения Вина (19.10) из инфракрасной области ( $\lambda_1 = 966$  нм) в видимую область ( $\lambda_2 = 579$  нм).

## § 21. СЕЛЕКТИВНО ИЗЛУЧАЮЩИЕ ТЕЛА

Для спектральной плотности светимости  $r'_\lambda$  нечерных тел можно написать:

$$r'_\lambda = \epsilon_\lambda r_\lambda, \quad (21.1)$$

где  $r_\lambda$  — спектральная плотность светимости абсолютно черного тела, находящегося при той же температуре, что и нечерное тело. Величина  $\epsilon_\lambda$  называется коэффициентом излучения тела (или его излучающей способностью). Такое же соотношение имеет место между спектральными плотностями яркостей нечерного тела  $b'_\lambda$  и абсолютно черного тела  $b_\lambda$ .

С другой стороны, по сказанному в § 19, излучение нечерных тел определяется законом Кирхгофа, по которому при наличии термодинамического равновесия спектральная плотность светимости тела  $r'_\lambda$  равна

$$r'_\lambda = k_\lambda r_\lambda,$$

где  $k_\lambda$  — поглощательная способность тела, а  $r_\lambda$  — спектральная плотность светимости абсолютно черного тела при той же температуре. Отсюда вытекает равенство коэффициента излучения тела  $\epsilon_\lambda$  его поглощательной способности

$$\epsilon_\lambda = k_\lambda. \quad (21.2)$$

Для всех нечерных тел  $k_\lambda < 1$ , откуда следует, что их спектральная плотность светимости меньше спектральной плотности абсолютно черного тела.

Мы не рассматриваем случаи люминесценции (флуоресценции), когда для определенного участка спектра  $k_\lambda > 1$  (область люминесценции). Здесь, как и в последующих параграфах, речь идет о температурно-светящихся телах.

Тела, для которых  $k_\lambda < 1$ , но постоянна, т. е. имеет одно и то же значение для всех длин волн, называются серыми. Для них  $k_\lambda$  принято называть коэффициентом серости. Тел, точно удовлетворяющих условию серости, в природе не существует. Но для ограниченной области длин волн тела могут быть близки к серым. Для реальных тел поглощательная способность  $k_\lambda$  различна для различных длин волн (селективно-поглощающие тела). Кроме того,  $k_\lambda$  зависит от температуры, от характера поляризации лучей и направления их излучения. Так как для селективно-поглощающих тел  $k_\lambda$  есть функция длины волны, то для них распределения светимости и яркости по длинам волн отличаются от планковского распределения. На рис. 78 пунктирная кривая изображает зависимость поглощательной способности  $k_\lambda$  некоторого тела от длины волны. Кривая 1 дает распределение спектральной плотности светимости  $r_\lambda$  абсолютно черного тела по длинам волн для некоторой определенной температуры  $T$ . Тогда рас-

пределение по длинам волн спектральной плотности светимости тела с указанной поглощательной способностью при температуре  $T$  выразится кривой 2, для которой  $r'_\lambda = k_\lambda r_\lambda$ . В соответствии с тем, что по данным рис. 78  $k_\lambda$  монотонно убывает с увеличением длины волны (такой случай приблизительно соответствует металлам), максимум кривой  $r'_\lambda$  сдвинут по отношению к кривой Планка в сторону меньших длин волн. Вообще же говоря,  $k_\lambda$  может зависеть от длины волны самым разнообразным образом и иметь не один, а несколько максимумов. Примером могут служить селективно-поглощающие тела с несколькими полосами поглощения.

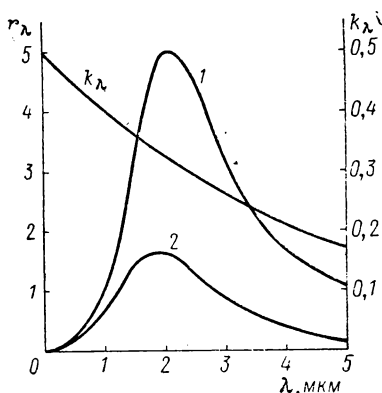


Рис. 78. Свечение нечерного тела.

Спектральные плотности светимости: 1 — абсолютно черного тела; 2 — нечерного тела при той же температуре.

Для них кривая распределения светимости по длинам волн совершенно несходна с кривой Планка. Для серого же тела кривая  $r'_\lambda$  подобна кривой Планка, и ее максимум приходится на ту же длину волны, на которую приходится максимум  $r_\lambda$  абсолютно черного тела при той же температуре. Но всегда выполнено условие, что для всех нечерных тел  $r'_\lambda < r_\lambda$ , так как  $k_\lambda < 1$ . Абсолютно черное тело имеет при данной температуре максимальную возможную спектральную плотность светимости (яркости).

Для интегральной светимости селективно-свещающего тела имеем

$$R' = \int_0^\infty k_\lambda r_\lambda d\lambda = \bar{k} \int_0^\infty r_\lambda d\lambda.$$

Так как  $\int_0^\infty r_\lambda d\lambda = \sigma T^4$ , то

$$R' = \bar{k} \sigma T^4, \quad (21.3)$$

где  $\bar{k}$  — среднее значение поглощательной способности тела. Для всех нечерных тел  $\bar{k} < 1$ , и, следовательно, их интегральная светимость  $R' < R$ , где  $R$  — интегральная светимость абсолютно черного тела при той же температуре. Однако, как сказано,  $k_\lambda$  само зависит от температуры; поэтому для нечерных тел пропорциональность интегральной светимости  $R'$  абсолютной температуре в четвертой степени (закон Стефана — Больцмана) выполняется лишь приближенно, постольку, поскольку  $\bar{k}$  можно считать независимой от температуры. Для металлов при не очень высоких температурах, когда основная

часть излучения приходится на инфракрасную область, приближенно выполняется соотношение

$$R' = \bar{\epsilon} \sigma T^n, \quad (21.4)$$

где  $n$  больше 4 (для ряда металлов  $n \cong 4,5$ ).

В литературе, посвященной изучению нечерных тел, можно встретить, что величины  $k_\lambda$  и  $\bar{k}$  соответственно называются спектральной излучательной способностью и излучательной способностью.

Следует иметь в виду, что значения  $k_\lambda$  и  $\bar{k}$  в большой мере зависят от состояния поверхности тела. Шероховатая поверхность имеет большие  $k_\lambda$ , чем полированная. Небольшие поверхностные загрязнения могут сильно изменять значения  $k_\lambda$ .

Таблица 10

Вещество	Температура, °C	$\bar{k}$
Алюминий полированный . . . . .	50 ÷ 100	0,04 ~ 0,06
Вольфрам . . . . .	1500 ÷ 2200	0,24 ~ 0,31
Вольфрамовая нить . . . . .	3300	0,39
Железо полированное . . . . .	400 ÷ 1000	0,14 ~ 0,38
Железо литое, необработанное . . . . .	900 ÷ 1100	0,87 ~ 0,95
Молибден . . . . .	1500 ÷ 2200	0,19 ~ 0,26
Оксид никеля . . . . .	1000 ÷ 1250	0,75 ~ 0,86
Платина . . . . .	1000 ÷ 1500	0,14 ~ 0,18
Серебро полированное . . . . .	200 ÷ 600	0,02 ~ 0,03
Титан полированный . . . . .	1000	0,36
Титан окисленный . . . . .	1000	0,60
Уголь . . . . .	100 ÷ 600	0,81 ~ 0,79
Угольная нить . . . . .	1000 ÷ 1400	0,53
Фарфор . . . . .	20	0,92

В табл. 10 приведены значения  $\bar{k}$  для ряда веществ. Как видно, некоторые металлы (алюминий, платина, серебро) имеют очень малые значения  $\bar{k}$ , их интегральная светимость в несколько десятков раз меньше интегральной светимости абсолютно черного тела при той же температуре. Окислы имеют большие  $\bar{k}$ . Значение  $\bar{k}$ , близкое к единице, имеет фарфор при комнатной температуре, когда его излучение в основном приходится на далекую инфракрасную область.

Накаленные твердые тела часто используются в качестве источников света (электрическая лампа накаливания). В связи с этим вводится коэффициент полезного действия  $\kappa$  (к.п.д.) светящегося тела, определяемый равенством

$$\kappa = \frac{\int_0^\infty r'_\lambda \varphi(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty r_\lambda d\lambda}, \quad (21.5)$$

где  $\varphi(\lambda)$  — функция видности;  $r'_\lambda$  и  $r_\lambda$  — спектральные плотности светимости рассматриваемого и абсолютно черного тела при одинаковой температуре. Так как для всех нечерных тел  $r'_\lambda < r_\lambda$ , то абсолютно черное тело имеет наибольший возможный (для равновесно-светящего тела при данной температуре  $T$ ) коэффициент полезного действия. Он достигает максимального значения ( $\kappa = 0,13$ ) при  $T = 5500$  К; при этом, как было сказано в § 8, на 1 Вт интегрального излучения приходится 84 лм. Для  $T$ , больших и меньших 5500 К, к.п.д. абсолютно черного тела меньше, так как максимум планковской кривой перемещается соответственно в сторону ультрафиолетовых или инфракрасных лучей. Для нечерных тел к.п.д. значительно ниже. Так, электрическая лампа накаливания (вольфрамовая проволока) при  $T = 2900$  К излучает 18,3 лм на 1 Вт, чему соответствует  $\kappa = 0,03$ .

По формуле (21.3) к.п.д. определяется как отношение световой светимости данного тела к интегральной энергетической светимости абсолютно черного тела при той же температуре. Однако к.п.д. можно отнести к энергетической интегральной светимости того же тела, т. е. определить его равенством.

$$\kappa' = \frac{\int_0^\infty r'_\lambda \varphi(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty r'_\lambda d\lambda}. \quad (21.6)$$

Определенный таким способом к.п.д. может быть для нечерного тела как меньше, так и больше к.п.д. абсолютно черного тела. Последнее имеет место в тех случаях, когда поглощательная способность нечерного тела велика в видимой части спектра и мала в остальных частях спектра. Это обстоятельство находит применение при создании экономичных источников света. Еще в конце прошлого столетия было предложено использовать сетчатые колпачки («колпачки Ауэра») для повышения яркости газовых фонарей. Пламя светильного газа по характеру свечения близко к серому, но с малым значением коэффициента серости  $k_\lambda$ . Ауэр ввел в практику сетчатые колпачки, пропитанные солями редкоземельных элементов, имеющими интенсивную полосу поглощения в видимой части спектра.

В современных электрических лампах накаливания стремятся достигнуть, как можно более высокой температуры светящейся нити, чтобы приблизить максимум излучения к видимой части спектра. Из чистых металлов наиболее тугоплавким является вольфрам — его температура плавления 3660 К. Более тугоплавки карбиды металлов; например, сплав из четырех частей TaC и одной части NiC имеет температуру плавления

ния 4215 К. Однако все твердые тела взгоняются (испаряются) в вакууме при температурах значительно более низких, чем температура их плавления. Для уменьшения этого процесса лампы наполняются одним из тяжелых инертных газов — аргон, криптоном или ксеноном. В настоящее время используется также наполнение ламп парами иода, в результате чего возникает цикл, ведущий к восстановлению распыленного металла на накаляемой нити.

Для решения задач гетерохромной фотометрии, а также для абсолютных измерений, как было сказано в § 15, используется источник с известными значениями  $r_\lambda$  или  $b_\lambda$ . Таким ис-

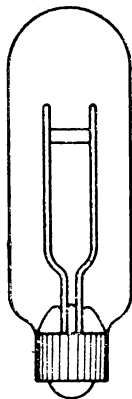


Рис. 79.  
Бандлампа.

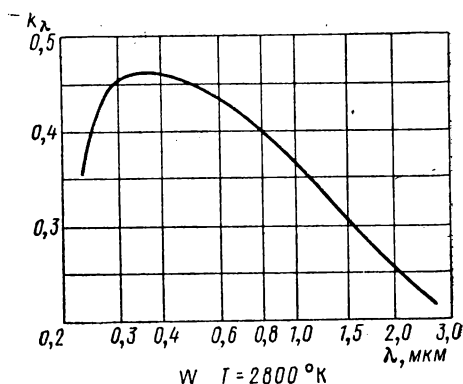


Рис. 80. Поглощательная способность вольфрама при  $T = 2800$  К.

точником лучше всего может служить абсолютно черное тело, но ввиду того, что его хорошая модель громоздка и неудобна в обращении, пользуются другими источниками. Для видимой и инфракрасной области это обычно электрическая ленточная лампа накаливания («бандлампа», рис. 79). Накаливаемая лента изготавливается из вольфрама, температура ее средней части определяется по силе тока, по прилагаемому к лампе паспорту. Поглощательная способность  $k_\lambda$  вольфрама хорошо измерена и затабулирована. Графически зависимость  $k_\lambda$  от  $\lambda$  для вольфрама при  $T = 2800$  К приведена на рис. 80. По значениям  $k_\lambda$  и по формуле Планка рассчитывается спектральная плотность яркости  $b_\lambda$  лампы.

Естественный источник света Солнце, как было сказано в § 8, близко по своей излучающей способности к абсолютно черному телу при  $T = 5500$  К. Однако первичное излучение Солнца (его фотосферы) испытывает поглощение как во внешних слоях самого Солнца, так и в атмосфере Земли. В результате на фоне сплошного спектра возникают многочисленные линии и полосы поглощения (фраунгоферовы линии). Заметно



различие в яркости Солнца по его диску: края светят слабее центральной части. Поглощение во внешних слоях Солнца вызывается атомами металлов и их ионов (Na, K, Ca, Fe и др.), а также атомами водорода.

Поглощение в атмосфере зависит от высоты солнечного диска над горизонтом и меняется с изменением запыленности атмосферы и облачности. В основном оно вызвано молекулами  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $CO_2$  и парами воды. Ультрафиолетовая часть солнечного спектра с длиной волны  $\lambda < 290$  нм поглощается слоем озона ( $O_3$ ), расположенным на высоте 20—30 км. Существенную роль играет рассеяние солнечного света на твердых частицах, взвешенных в атмосфере (аэрозолях).

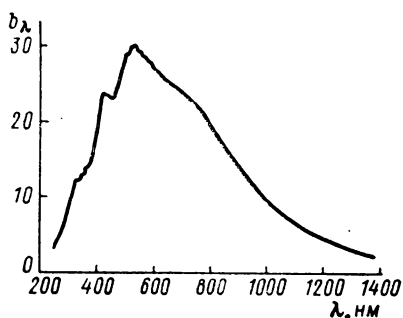


Рис. 81. Спектральная плотность яркости Солнца через атмосферу.

Вид кривой, дающей распределение спектральной плотности яркости Солнца для незапыленной атмосферы, изображен на рис. 81. Интенсивные полосы поглощения в инфракрасной части спектра принадлежат парам воды. Максимум кривой приходится приблизительно на  $\lambda = 480$  нм, т. е. заметно сдвинут в область коротких длин волн по сравнению с максимумом для абсолютно черного тела при  $T = 5500$  К. При высоте Солнца  $48^\circ$  над горизонтом его

излучению соответствуют 86,5 лм/Вт.

Солнечной постоянной  $S_0$  называется мощность светового потока, отнесенного к единице площади, нормальной к направлению его распространения. Она относится к излучению, не поглощенному атмосферой. По современным измерениям, выполненным с помощью ракет, запущенных на большую высоту, солнечная постоянная

$$S_0 = 1,95 \text{ кал/см}^2 \cdot \text{мин} = 0,136 \text{ Вт/см}^2.$$

Это значение, по-видимому, несколько занижено в результате недостаточного учета рассеяния света в слое аэрозоля на больших высотах.

## § 22. ГАЗОРАЗРЯДНЫЕ ИСТОЧНИКИ СВЕТА

В настоящем параграфе мы кратко остановимся на некоторых типах газоразрядных источников света. Такие источники могут быть близки к термодинамически равновесным, но могут и сильно отличаться по характеру протекающих в них процессов от равновесия.

Близки к равновесным случаи электрического разряда в газах при атмосферном или более высоком давлениях (электрические дуги, плазмотроны). Однако такие источники обычно неоднородны по температуре, так что приходится говорить лишь о локальном термодинамическом равновесии.

В случае электрической дуги, горящей при атмосферном давлении между твердыми электродами, светят раскаленные электроды и газы и пары в пространстве между электродами. В дуге постоянного тока на отрицательном электроде возникает так называемый кратер, свечение которого в случае угольных электродов близко к свечению абсолютно черного тела. В пространстве между электродами излучают пары и газы. Их спектр состоит из слабого сплошного спектра и отдельных ярких линий (свечение атомов) и полос (свечение молекул). Эту область надо рассматривать как объемный источник света. По сказанному в § 5 свечение элемента объема  $dV$  такого источника может характеризоваться интегральной яркостью

$$B = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{dV}{dS_n} \int_0^\infty a_\nu d\nu,$$

где  $a_\nu$  — спектральная плотность мощности излучения единицы объема. В области сплошного спектра  $a_\nu$  — непрерывная функция частоты и имеет относительно малые значения, что соответствует малой поглощательной способности газа в областях вне спектральных линий или полос.

Для каждой спектральной линии  $a_\nu$  принимает относительно большие значения в пределах узкого интервала частот  $\Delta\nu$  (ширина спектральной линии). Это позволяет ввести интегральную яркость для каждой линии, центр которой характеризуется некоторой определенной частотой  $\nu_{ki}$  (рис. 82)

$$B = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{dV}{dS_n} \int_0^\infty a_{ki} d\nu. \quad (22.1)$$

Здесь за пределы интегрирования взяты 0 и  $\infty$ , так как  $a_{ki}$  асимптотически спадает до нуля при удалении от центра линии. Фактически же область, где  $a_{ki}$  заметно отлична от нуля, представляет собой узкий интервал частот  $\Delta\nu$  вблизи  $\nu_{ki}$ .

По Эйнштейну излучение спектральной линии рассматривается как вероятностный процесс перехода между двумя энергетическими уровнями атома  $W_k$  и  $W_i$  (рис. 83). При этом интегральная мощность излучения линии от единицы объема равна

$$\int_0^\infty a_{ki} d\nu = N_k A_{ki} h \nu_{ki}, \quad (22.2)$$

где  $N_k$  — число атомов в  $k$ -м энергетическом состоянии в единице объема;  $A_{ki}$  — вероятность спонтанного перехода между уровнями  $k$  и  $i$ ;  $h$  — постоянная Планка. Для обычных электрических дипольных переходов в атоме  $A_{ki}$  представляет собой величину порядка  $10^8 \text{ с}^{-1}$ .

По (22.1) и (22.2) для яркости линии, излучаемой элементом объема  $dV$ , получаем

$$B = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{dV}{dS_n} N_k A_{ki} h \nu_{ki}.$$

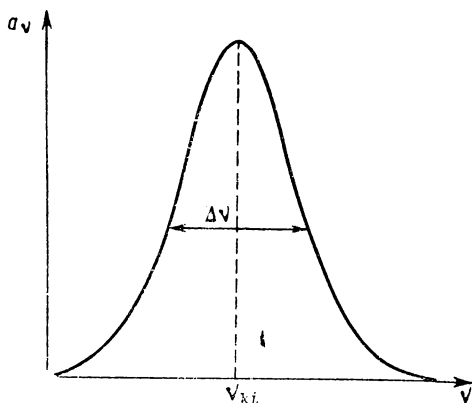


Рис. 82. Спектральная плотность мощности излучения в пределах спектральной линии.

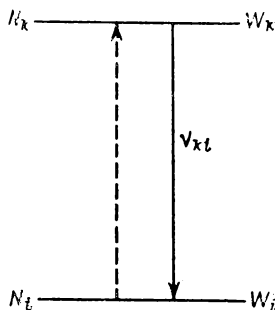


Рис. 83. Излучающий переход между двумя энергетическими линиями.

Заметив, что  $\frac{dV}{dS}$  есть толщина светящегося слоя  $dx$ , перепишем последнее равенство в виде

$$B = \frac{1}{4\pi} dx N_k A_{ki} h \nu_{ki}.$$

В случае выполнения локального термодинамического равновесия по закону Больцмана

$$N_k = \frac{g_k}{g_0} N_0 e^{-\frac{W_k - W_0}{kT}}, \quad (22.3)$$

где  $N_0$  — число нормальных атомов в единице объема,  $g_k$  и  $g_0$  — статистические веса уровней;  $k$  — постоянная Больцмана. Тогда для яркости  $B$  имеем

$$B = \frac{1}{4\pi} dx \frac{g_k}{g_0} N_0 A_{ki} e^{-\frac{W_k - W_0}{kT}}. \quad (22.4)$$

Излучатель, яркость спектральных линий которого выражается формулой (22.4), носит название *больцмановского излучателя*. Однако надо отметить, что выражение

(22.4) справедливо лишь для излучения от бесконечно тонкого слоя  $dx$ . В реальном источнике свет от каждого элемента объема проходит через толщу источника раньше, чем он выйдет за его пределы. Это ведет к явлению реабсорбции (§ 5). Реабсорбция тем больше, чем больше концентрация атомов в энергетическом состоянии  $W_i$ , так как поглощение вызвано переходами с уровня  $i$  на уровень  $k$  (рис. 83) и тем больше, чем больше протяженность источника.

Для центра линии оптическая плотность  $\kappa(\nu_{ki})l$  может принимать большие значения, в результате чего излучение источника для частоты  $\nu_{ki}$  начнет приближаться по своим свойствам к излучению абсолютно черного тела. Тогда спектральная плотность яркости для центра линии  $b_{\nu_{ki}}$  будет приближаться к значению, даваемому формулой Планка. Одновременно для других частот излучение может сильно отличаться от планковского.

Пары и газы, светящиеся при низком давлении, по большей части находятся в состоянии, далеко от термодинамического равновесия, и они не могут быть охарактеризованы каким-либо определенным значением температуры  $T$ . Для них возможны случаи, когда спектр состоит из небольшого числа (в пределе одной) спектральных линий. Для таких источников к.п.д., определяемый формулой (21.4), может быть близок к единице. Однако излучение сильно окрашено, что делает его малоприспособным для целей освещения. Поэтому используются так называемые люминесцентные лампы. Принцип их устройства следующий: в газоразрядной плазме в энергетически выгодных условиях возбуждается группа спектральных линий, лежащих в ультрафиолетовой области. Обычно используется смесь аргона с парами ртути, где наибольшая доля излучения приходится на линию  $\lambda = 253,7$  нм. Стенки разрядной трубки покрываются изнутри тонким слоем люминофора, который, поглощая ультрафиолетовые лучи, сам начинает светиться в видимой части спектра. К.п.д. таких ламп может достигать 9% и больше. При хорошо подобранном люминофоре спектральный состав излучения близок к дневному (лампы дневного света).

Сплошной спектр при электрическом разряде через газы может возникать при молекулярном свечении и при излучении электронов при свободно-свободных и свободно-связанных переходах. Интенсивное сплошное излучение водорода, лежащее в области от 500 до 165 нм, вызвано переходами молекулы водорода  $H_2$  с устойчивой на неустойчивую потенциальную кривую. Распределение по длинам волн спектральной плотности яркости  $b_\lambda$  такого спектра хорошо промерено (рис. 84). Это позволяет использовать сплошной спектр водорода в качестве стандартного для фотометрических измерений в ультрафиоле-

товой области, где упомянутые выше ленточные лампы непригодны. Воспроизводится сплошной спектр водорода с помощью специальных водородных ламп.

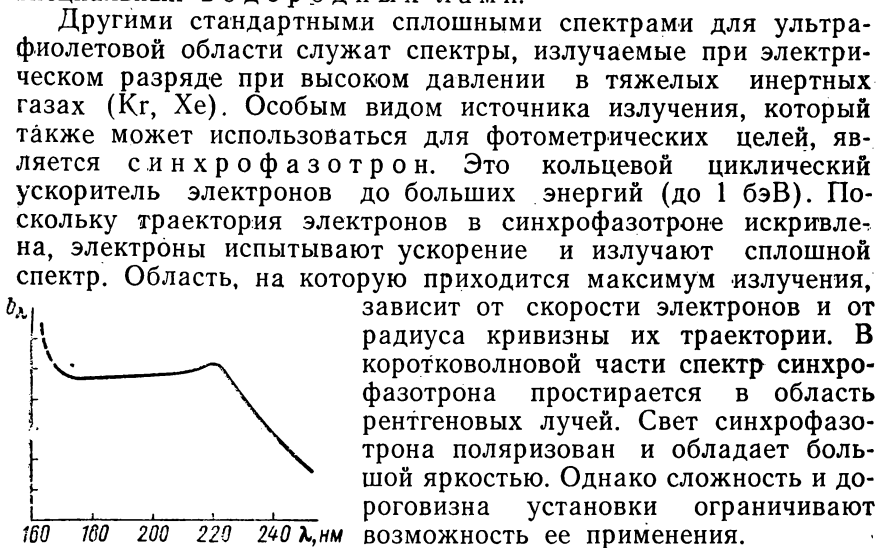


Рис. 84. Распределение спектральной плотности яркости в сплошном спектре водорода.

Другими стандартными сплошными спектрами для ультрафиолетовой области служат спектры, излучаемые при электрическом разряде при высоком давлении в тяжелых инертных газах (Kr, Xe). Особым видом источника излучения, который также может использоваться для фотометрических целей, является синхротрон. Это кольцевой циклический ускоритель электронов до больших энергий (до 1 бэВ). Поскольку траектория электронов в синхротроне искривлена, электроны испытывают ускорение и излучают сплошной спектр. Область, на которую приходится максимум излучения, зависит от скорости электронов и от радиуса кривизны их траектории. В коротковолновой части спектр синхротрона простирается в область рентгеновых лучей. Свет синхротрона поляризован и обладает большой яркостью. Однако сложность и дороговизна установки ограничивают возможность ее применения.

Наконец, кратко остановимся на лазере как на источнике света для различных оптических наблюдений и измерений. Принцип действия лазеров, как известно, основан на существовании индуцированных переходов, благодаря чему в инверсно заселенной среде возникает отрицательное поглощение. Луч, проходящий через такую среду, усиливается. Газовый ла-

зер представляет собой разрядную трубку, за концами которой расположены параллельные друг другу зеркала  $C_1$  и  $C_2$  (рис. 85). Если одно из зеркал ( $C_2$ ) частично пропускает свет, то благодаря многократным отражениям через это зеркало выходит пучок усиленных лучей. Отметим лишь свойства этого излучения. Излучение (генерация) лазера происходит на одной или на небольшом числе спектральных линий в пределах очень узкого телесного угла ( $< 10^\circ$ ).

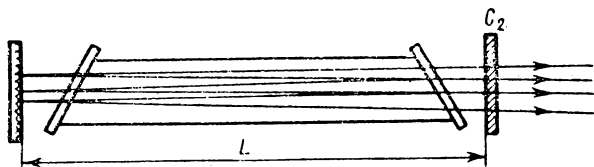


Рис. 85. Газовый лазер.

зер представляет собой разрядную трубку, за концами которой расположены параллельные друг другу зеркала  $C_1$  и  $C_2$  (рис. 85). Если одно из зеркал ( $C_2$ ) частично пропускает свет, то благодаря многократным отражениям через это зеркало выходит пучок усиленных лучей. Отметим лишь свойства этого излучения. Излучение (генерация) лазера происходит на одной или на небольшом числе спектральных линий в пределах очень узкого телесного угла ( $< 10^\circ$ ).

Мощность излучения для одной атомарной линии (инертные газы, пары кадмия) достигает сотен милливатт. Мощность инфракрасного излучения ( $\lambda \cong 10$  мкм) лазера, работающего на  $\text{CO}_2$ , может принимать очень большие значения — до  $10^4$  Вт и выше.

Лазерную систему можно рассматривать как резонатор, внутри которого возникает система стоячих волн. Индуцированное излучение происходит в том же направлении, что и первичное, и в одинаковой с ним фазе. Благодаря этому возникает согласованная по фазе система колебаний. При нормальном падении света на зеркала условие возникновения вдоль оси лазерной трубки системы стоячих волн имеет вид

$$n \frac{\lambda_n}{2} = L,$$

где  $n$  — целое число;  $L$  — длина лазера. В шкале частот это условие записывается

$$\nu_n = n \frac{c}{2L}.$$

Очевидно, на той же длине  $L$  установятся колебания с частотой  $\nu_{n+1} = (n+1)c/2L$  и т. д. Каждая система таких колебаний называется модой. Разность частот между соседними модами  $\Delta\nu_m = c/2L$ . При  $L = 1$  м это составляет  $1,5 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ , что по сравнению с самой частотой ( $\sim 6 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ ) является очень маленькой величиной. Моды лежат весьма близко друг к другу.

Генерация лазера происходит на данном переходе  $k \rightarrow i$ , для которого осуществляется инверсия заселенности. Поэтому все моды должны относиться к одной и той же спектральной линии  $\nu_{ki}$ . Ширина линии  $\Delta\nu_D$  обусловленная ее доплеровским уширением, составляет при обычных условиях  $8 \cdot 10^8 \div 1 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ , т. е. величину значительно большую, чем расстояние между соседними модами. Отсюда следует, что генерация в пределах контура линии может происходить одновременно на нескольких модах. На рис. 86 пунктирная линия соответствует доплеровскому контуру линии, а сплошная — контурам мод.

Теоретическое рассмотрение лазера как резонатора показывает, что ширина полосы усиления равна

$$\Delta\nu_p = \frac{cz}{2\pi L},$$

где  $z$  — коэффициент потерь. При  $L = 1$  м и  $z \cong 0,02$  ширина  $\Delta\nu_p \cong 1 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$ . В действительности из-за нелинейности эффекта усиления она еще меньше. Таким образом, ширина отдельной моды значительно меньше не только доплеровской ширины линии, но и ее естественной ширины ( $\Delta\nu_n \cong 1 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ ). Возможна настройка лазера, при которой генерация будет происхо-

дить лишь на одной моде. Такой одномодовый лазер представляет собой чрезвычайно монохроматический источник света. Его излучение обладает высокой степенью когерентности.

Наиболее употребительным в лабораторной технике является неон-гелиевый лазер. Генерация в нем может происходить на следующих линиях:  $\lambda = 632$  нм,  $\lambda = 1,15$  мкм и  $\lambda = 3,39$  мкм. Мощность излучения на этих линиях  $\sim 10^{-2}$  Вт.

Путем модуляции можно осуществлять импульсный режим работы лазера с очень малой длительностью отдельного импульса (до  $10^{-9}$  с).

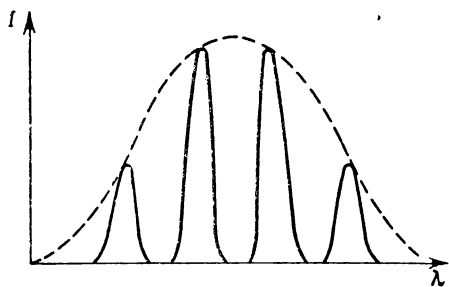


Рис. 86. Моды лазерного излучения, лежащие в пределах доплеровского контура спектральной линии.

Наряду с газовыми лазерами широко используются твердотельные лазеры (рубин, неодимовое стекло и т. д.). Возбуждение в них достигается путем оптической накачки. Твердотельные лазеры обычно работают в импульсном режиме. Энергия, излучаемая в одном импульсе, может достигать  $10^5$  Дж, а мощность —  $10^{12}$  Вт. Существуют также лазеры на жидких растворах красителей, имеющие широкие полосы генерации.

Наконец, упомянем твердотельные полупроводниковые лазеры, которые могут иметь весьма малые размеры.

### § 23. ОПТИЧЕСКАЯ ПИРОМЕТРИЯ

Под оптической пирометрией подразумеваются методы измерения температур по излучению. Для равновесно-светящихся абсолютно черных тел эта задача решается путем непосредственного применения формулы Планка. Для селективно-светящихся тел задача, как будет указано ниже, представляет определенные трудности.

Модель абсолютно черного тела является излучателем, абсолютная температура которого может быть измерена с большой степенью точности вплоть до высоких температур. В современной метрологии основные точки термометрической шкалы в высокотемпературной области установлены оптическим способом. Методы оптической пирометрии используются и для решения многих практических задач. Нередки случаи, когда наблюдаемый объект близок по своим свойствам к абсолютно черному телу. Примером могут служить лабораторные или заводские печи. Если измерение проводить, открыв в печи не-

большое отверстие, то печь явится хорошим приближением к абсолютно черному телу. Наконец, важным свойством оптической пирометрии является возможность производить измерения дистанционно.

В зависимости от того, на основании измерения какой фотометрической величины определяется температура  $T$ , методы оптической пирометрии разделяются на три: радиационный, яркостный, цветовой. Рассмотрим их в отдельности.

**Радиационный метод.** Этот метод основан на измерении интегральной яркости тела. Поскольку между интегральными яркостью и светимостью имеет место соотношение  $B = \frac{1}{\pi} R$ , то по закону Стефана — Больцмана (19.12) для абсолютно черного тела

$$B = \frac{\sigma}{\pi} T^4. \quad (23.1)$$

Отсюда следует, что температура тела  $T$  может быть найдена путем измерения его интегральной яркости  $B$  на основании равенства:

$$T = \sqrt[4]{\frac{\pi}{\sigma}} \sqrt[4]{B}. \quad (23.2)$$

Константа  $\sqrt[4]{\frac{\pi}{\sigma}} = 86,28 \frac{\text{м}^{1/2} \text{стер}^{1/4} \text{град}}{\text{Вт}^{1/4}}.$

Для определения яркости  $B$  используется радиационный пирометр, схема которого изображена на рис. 87, где  $L$  — линза,  $ab$  — термопара,  $G$  — гальванометр, измеряющий силу тока, возникающую в термопаре;  $S$  — поверхность тела, температура которого определяется. Линза  $L$  дает изображение поверхности  $S$  в месте расположения термопары. При данных условиях теплоотдачи и при условии, что размеры изображения  $S$  больше размеров термопары, нагревание термопары пропорционально яркости изображения  $B'$ , которая в свою очередь пропорциональна яркости объекта  $B$ . В конечном счете и сила тока, протекающего через гальванометр  $G$ , пропорциональна яркости поверхности  $S$ , что позволяет по (23.2) найти ее температуру. Гальванометр может быть градуирован по источникам с известной температурой, в результате чего отсчеты по его шкале будут непосредственно давать искомую температуру  $T$ .

Если тело, температура которого измеряется, не является абсолютно черным, то формула (23.1) должна быть заменена формулой

$$B = \bar{k} \frac{\sigma}{\pi} T^4, \quad (23.3)$$

где  $\bar{k}$  — среднее значение поглощательной способности тела. Следовательно, истинная температура  $T$  серого или селектив-



но-поглощающего тела может быть найдена по яркости  $B$  лишь в случае, когда известно  $\bar{k}$ . Трудность заключается в том, что, как было сказано, значение  $\bar{k}$  само зависит от температуры. Однако из формулы (23.3) следует

$$T = \sqrt[4]{\frac{1}{\bar{k}}} \sqrt[4]{\frac{\pi}{\sigma}} B, \quad (23.4)$$

откуда видно, что изменения  $\bar{k}$  мало влияют на значение  $T$ , так как в (23.4) входит корень четвертой степени  $1/\bar{k}$ . Кроме того, если предварительно приближенно известна температура  $T$ , то можно выбрать значение  $\bar{k}$ , близкое к нужному.

Для нечерных тел вводится понятие о радиационной температуре  $T_p$ , которая определяется равенством

$$T_p = \sqrt[4]{\frac{\pi}{\sigma}} B. \quad (23.5)$$

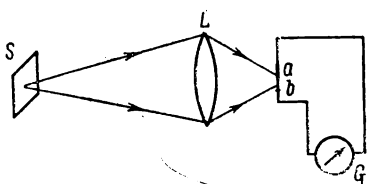


Рис. 87. Радиационный пирометр.

Очевидно, радиационный пирометр для нечерных тел (если не вводить поправку на поглощательную способность  $\bar{k}$ ) измеряет их радиационную температуру  $T_p$ . Из формул (23.4) и (23.5) вытекает связь между истинной и радиационной температурами тела

$$T = \sqrt[4]{\frac{1}{\bar{k}}} T_p. \quad (23.6)$$

Так как для всех нечерных тел  $\bar{k} < 1$ , то радиационная температура всегда ниже их истинной температуры. Например, для накаливаемой вольфрамовой нити  $\bar{k} \approx 0,4$ , откуда получаем  $\sqrt[4]{1/\bar{k}} \approx 1,25$ , т. е. истинная температура нити приблизительно на 25% выше ее радиационной температуры.

Для абсолютно черного тела  $\bar{k} = 1$ , и его истинная и радиационная температуры совпадают.

**Яркостный метод.** В этом методе температура определяется по спектральной плотности яркости  $b_\lambda$ , измеренной для какой-либо определенной длины волны  $\lambda$ . Фактически измеряется яркость  $\Delta B$  для столь узкого интервала длин волн  $\Delta\lambda$ , что для него можно считать  $\Delta B = b_\lambda \Delta\lambda$ . Тогда искомое значение  $b_\lambda$  равно  $\Delta B / \Delta\lambda$ . Поскольку по формуле Планка  $b_\lambda$  однозначно определяется температурой абсолютно черного тела, то по значению  $b_\lambda$  можно определить температуру  $T$ .

Для тел, температура которых ниже 3000 К, максимум излучения лежит в инфракрасной области с длиной волны  $\lambda > 1$  мкм, и если измерения проводить в видимой части спек-

ра, то можно пользоваться приближенной формулой Вина (19.6):

$$b_{\lambda} = \frac{C_1}{\pi} \lambda^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}. \quad (23.7)$$

Логарифмируя это выражение, получим

$$T = \frac{C_2}{\lambda \left( \ln \frac{C_1}{\pi} - 5 \ln \lambda - \ln b_{\lambda} \right)}.$$

Для измерения температур этим методом используется прибор, называемый пирометром с исчезающей нитью. Схема этого прибора изображена на рис. 88, а, где  $O$ —

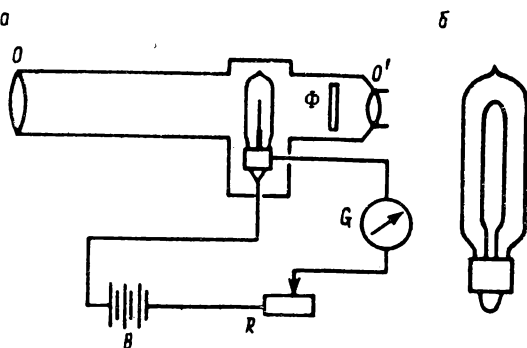


Рис. 88. Пирометр с исчезающей нитью.

объектив зрительной трубы,  $O'$  — ее окуляр. В фокальной плоскости объектива  $O$  получается изображение поверхности наблюдаемого тела. Яркость изображения  $B'$  пропорциональна яркости объектива  $B$ . В фокальной плоскости объектива  $O$  помещается электрическая лампочка с однородными прозрачными стенками баллона (рис. 88, б). В окуляр  $O'$  одновременно наблюдаются изображение поверхности исследуемого тела и нить лампочки. Узкий спектральный участок выделяется с помощью цветного светофильтра  $\Phi$ , располагаемого перед окуляром  $O'$ . Обычно выделяется область в красной части спектра вблизи  $\lambda = 0,66$  мкм. Нить лампочки питается током от батареи  $B$ . Меняя силу тока с помощью реостата  $R$ , можно накаливать нить более или менее интенсивно. При совпадении яркости нити и изображения нить исчезает на фоне изображения. Таким образом можно со значительной точностью установить равенство яркостей нити и изображения поверхности наблюдаемого тела. Прибор можно проградуировать по абсолютно черному телу, нагреваемому до определенных температур  $T$ . После этого температуры измеряются непосредственно

по показаниям измерительного прибора  $G$ , соответствующим моменту исчезновения нити.

Для нечерных тел формула Вина (23.7) заменяется формулой

$$b'_\lambda = k_\lambda \frac{C_1}{\pi} \lambda^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}, \quad (23.8)$$

где  $k_\lambda$  — поглощательная способность, соответствующая длине волны  $\lambda$ . Значения  $k_\lambda$  несколько отличаются от средних значений коэффициента  $\bar{k}$  и зависят от температуры. Из (23.8) следует возможность определять температуру нечерного тела по формуле

$$T = \frac{C_2}{\lambda \left( \ln k_\lambda + \ln \frac{C_1}{\pi} - 5 \ln \lambda - \ln b'_\lambda \right)}.$$

Поскольку значение  $k_\lambda$  стоит под знаком логарифма, его зависимость от температуры проявляется относительно слабо.

Для нечерных тел вводят яркостную температуру  $T_\lambda$ , определив ее соотношением

$$b'_\lambda = \frac{C_1}{\pi} \lambda^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T_\lambda}}. \quad (23.9)$$

Отсюда видно, что если измерять температуру нечерного тела с помощью пирометра с исчезающей нитью (не внося поправки на  $k_\lambda$ ), то будет измерена его яркостная температура. Из сравнения выражений (23.8) и (23.9) получается следующее соотношение между истинной и яркостной температурами тела:

$$T = \frac{C_2 T_\lambda}{\lambda T_\lambda \ln k_\lambda + C_2}.$$

Так как для нечерных тел  $k_\lambda < 1$ , то их яркостная температура всегда ниже истинной. Для абсолютно черного тела яркостная температура совпадает с истинной.

**Цветовой метод.** Этот метод основан на измерении спектральных плотностей яркости  $b_{\lambda_1}$  и  $b_{\lambda_2}$  для разных длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Измерения могут снова выполняться с помощью пирометра с исчезающей нитью, но с двумя разными фильтрами. Один фильтр обычно берется с полосой пропускания вблизи  $\lambda = 0,66$  мкм, а другой — в синей части вблизи  $\lambda = 0,47$  мкм.

Тогда по приближенной формуле Вина:

$$b_{\lambda_1} = \frac{C_1}{\pi} \lambda_1^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda_1 T}}, \quad b_{\lambda_2} = \frac{C_1}{\pi} \lambda_2^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda_2 T}}.$$

Логарифмируя эти формулы и беря разность логарифмов, получим:

$$\ln \frac{b_{\lambda_1}}{b_{\lambda_2}} = 5 \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + \frac{C_2}{T} \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right), \quad (23.10)$$

откуда

$$T = \frac{C_2 \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right)}{\ln \frac{b_{\lambda_1}}{b_{\lambda_2}} - 5 \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1}}. \quad (23.11)$$

Для нечерных тел при определении истинной температуры  $T$  надо знать значения  $k_{\lambda}$  для обеих длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , для которых измеряются  $b'_{\lambda_1}$  и  $b'_{\lambda_2}$ . Тогда, как легко видеть, соотношение (23.10) заменится следующим:

$$\ln \frac{b'_{\lambda_1}}{b'_{\lambda_2}} = \ln \frac{k_{\lambda_1}}{k_{\lambda_2}} + 5 \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + \frac{C_2}{T} \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right),$$

откуда и можно определить  $T$  по измеренному отношению  $b'_{\lambda_1}/b'_{\lambda_2}$ .

Преимущество цветового метода по сравнению с другими заключается в том, что он требует измерения лишь относительного значения спектральных плотностей яркости для двух длин волн.

Для нечерных тел можно ввести цветовую температуру  $T_{\text{ц}}$ , определив ее равенствами

$$b'_{\lambda_1} = \frac{C_1}{\pi} \lambda_1^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda_1 T_{\text{ц}}}}, \quad b'_{\lambda_2} = \frac{C_1}{\pi} \lambda_2^{-5} e^{-\frac{C_2}{\lambda_2 T_{\text{ц}}}},$$

откуда получаем

$$\ln \frac{b'_{\lambda_1}}{b'_{\lambda_2}} = 5 \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + \frac{C_2}{T_{\text{ц}}} \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right),$$

$$T_{\text{ц}} = \frac{C_2 \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right)}{\ln \frac{b'_{\lambda_1}}{b'_{\lambda_2}} - 5 \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1}}. \quad (23.12)$$

Из сопоставления формул (23.11) и (23.12) получается выражение, дающее связь между  $T_{\text{ц}}$  и  $T$

$$T = \frac{T_{\text{ц}} C_2 \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right)}{C_2 \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) - T_{\text{ц}} \ln \frac{k_{\lambda_1}}{k_{\lambda_2}}}. \quad (23.13)$$

Каждый из коэффициентов поглощения  $k_{\lambda_1}$  и  $k_{\lambda_2}$  для нечерных тел меньше единицы, но отношение  $k_{\lambda_1}/k_{\lambda_2}$  может быть как меньше, так и больше единицы. Поэтому из формулы (23.13) следует, что цветовая температура может быть как выше, так и ниже истинной в зависимости от свойств тела. Для абсолютно черного и для серого тел цветовая и истинная температуры совпадают.

Название температуры цветовой обусловлено следующими соображениями. Из приведенного определения следует, что цветовая температура нечерного тела равна такой температуре абсолютно черного тела, при которой отношение спектральных плотностей яркостей обоих тел для двух длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  равны. Поскольку же длины волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  берутся для двух концов видимого спектра — красного и синего, то равенство отношения яркостей означает приблизительное равенство цветностей излучений нечерного и абсолютно черного тела. Например, для металлов, как было указано, коэффициент поглощения  $k_\lambda$  возрастает от красного к синему концу спектра. Благодаря этому цветовая температура металлов выше их истинной температуры. Это означает, что раскаленный металл дает излучение, сходное по своей цветности с излучением абсолютно черного тела, нагретого до более высокой температуры.

Иногда в литературе под цветовой температурой подразумевается температура, определяемая по положению максимума спектральной плотности яркости (светимости) тела. Для абсолютно черного тела длина волны  $\lambda_m$ , на которую приходится максимум  $b_\lambda$  (или  $r_\lambda$ ), определяется формулой (19.10).

$$\lambda_m = C'/T.$$

Для абсолютно черного тела  $T$  — его истинная температура. Для нечерных тел максимум может быть сдвинут в сторону как больших, так и меньших длин волн. Тогда температура, определенная по приведенной выше формуле, будет отличаться от истинной, и она, как сказано, иногда называется тоже цветовой. Она, вообще говоря, отлична от цветовой температуры, определенной выше, по отношению  $b_\lambda$  для двух разных длин волн. Поскольку нахождение максимума требует измерения  $b_\lambda$  для ряда длин волн, измерение температур на основании этой формулы обычно не производится.

**Оптическая пирометрия объемных источников света.** В заключение настоящего параграфа кратко рассмотрим вопрос об оптической пирометрии объемных источников.

К объемным источникам принадлежат пламена, газоразрядная плазма и т. д. Как правило, эти источники неоднородны, и различные их части имеют разную температуру. Кроме того, они могут быть неравновесными — тогда понятие о температуре к ним вообще неприменимо.

Мы ограничимся кратким рассмотрением больцмановского излучателя, для которого яркость спектральных линий определяется формулой (22.4). Эта формула, как было сказано, применима к бесконечно тонкому светящемуся слою  $dx$ ; в протяженных слоях играет роль явление реабсорбции (§ 5), и яркость линий искажается.

За больцмановский излучатель приближенно может быть принят столб электрической дуги или положительный столб

электрического разряда в газах при среднем давлении. Средняя часть такого столба (заштрихованная часть на рис. 89) более или менее однородна, а периферические части настолько тонки, что не играют заметной роли.

Если нижние уровни  $i$  и  $m$  двух линий с частотами  $\nu_{ki}$  и  $\nu_{lm}$  (рис. 90) заселены слабо, то поглощение этих линий в объеме источника мало и явлением реабсорбции можно пренебречь.

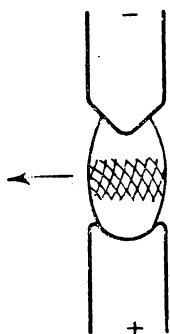


Рис. 89. Светящийся столб электрической дуги.

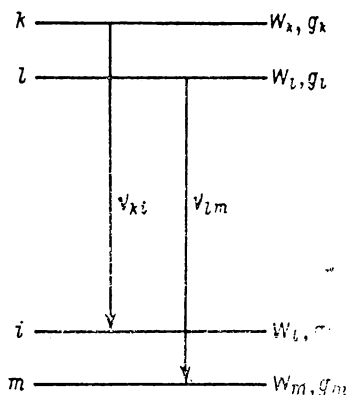


Рис. 90. Энергетические уровни двух линий с частотами  $\nu_{ki}$  и  $\nu_{lm}$ .

Тогда яркости линий будут выражаться формулами вида (22.4), а следовательно, отношение их интегральных яркостей окажется равным:

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{g_k}{g_l} \cdot \frac{A_{ki}}{A_{lm}} \frac{\nu_{ki}}{\nu_{lm}} e^{-\frac{W_k - W_l}{kT}}. \quad (23.14)$$

Отсюда видно, что если известны статистические веса  $g_k$  и  $g_l$ , вероятности переходов  $A_{ki}$  и  $A_{lm}$  и разность энергий уровней  $W_k - W_l$ , то по измеренному отношению яркостей линий  $B_1/B_2$  можно определить температуру  $T$ .

При возрастании оптической плотности излучающего объема начнутся отступления от приведенного выше отношения. В пределе при приближении поглощательных способностей линий к единице отношение спектральных плотностей яркостей  $b_{\nu_2}$  и  $b_{\nu_1}$  для центров линий (где поглощение максимально) будет стремиться к планковскому.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	3
Глава I. Световой поток и его измерение . . . . .	5
§ 1. Энергия излучения. Поток энергии . . . . .	—
§ 2. Сила света. Яркость . . . . .	11
§ 3. Яркость световой трубки (пучка) . . . . .	17
§ 4. Поглощение света . . . . .	20
§ 5. Объемные источники . . . . .	25
§ 6. Связь фотометрических величин с вектором Умова—Пойнтинга. Световой вектор . . . . .	28
§ 7. Восприятие света. Световые фотометрические величины . . . . .	31
§ 8. Единицы измерения фотометрических величин . . . . .	36
§ 9. Приемники излучения . . . . .	39
§ 10. Тепловые приемники излучения . . . . .	41
§ 11. Фотоэлектрические приемники излучения . . . . .	49
§ 12. Усилительные системы . . . . .	59
§ 13. Фотографическая пластинка . . . . .	65
§ 14. Визуальные фотометры . . . . .	70
§ 15. Фотометры с объективными приемниками излучения . . . . .	77
§ 16. Некоторые общие характеристики измерительных приборов . . . . .	80
§ 17. Ошибки измерений . . . . .	84
§ 18. Предел чувствительности фотометрических измерений . . . . .	87
Глава II. Источники света . . . . .	95
§ 19. Излучение абсолютно черного тела . . . . .	—
§ 20. Формула Планка в приведенных координатах . . . . .	102
§ 21. Селективно излучающие тела . . . . .	107
§ 22. Газоразрядные источники света . . . . .	112
§ 23. Оптическая пирометрия . . . . .	118

# ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать
13	11-я снизу	где $d\Phi$	где $d\omega$
39	13-я снизу	Поток $d\omega$	Поток $d\Phi$
	5-я сверху	$=0,00146 (\Delta F_{\lambda=555} [\text{Вт}])$	$=0,00146 (\Delta F_{\lambda=555} [\text{лм}])$
91	12—13-я сверху	$\frac{\bar{U}_s}{\sqrt{\bar{U}^2}}$	$\frac{\bar{U}_s}{\sqrt{u^2}}$
100	3—4-я снизу	$= \frac{d\Phi}{cdS_n d\nu} \frac{b, d\omega}{c}$	$= \frac{d\Phi}{cdS_n d\nu} = \frac{b, d\omega}{c}$

Зак. 162

ФРИШ Сергей Эдуардович

## ОПТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ

### Часть 1

#### СВЕТОВОЙ ПОТОК И ЕГО ИЗМЕРЕНИЕ.

#### ИСТОЧНИКИ СВЕТА

#### Учебное пособие

Редактор Г. А. Григенч

Техн. редактор Л. И. Киселева

Корректоры И. П. Губерер, А. С. Качинская

М-14865.

Сдано в набор 17 II 1976 г.

Подписано к печати 14 V 1976 г.

Формат бумаги 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Бумага типогр. № 3.

Печ. л. 8.

Уч.-изд. л. 7,55.

Бум. л. 4.

Тираж 4875 экз.

Заказ 162.

Цена 31 коп.

Издательство ЛГУ им. А. А. Жданова. 199164. Ленинград, Университетская наб., 7/9.

Типография ЛГУ им. А. А. Жданова. 199164. Ленинград, Университетская наб., 7/9.



**31 коп.**